

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра технічної кібернетики

«На правах рукопису»
УДК 004.932.2

«До захисту допущено»

Завідувач кафедри
_____ І.Р. Пархомей
(підпис)

“ ” _____ 2018 р.

Магістерська дисертація

на здобуття ступеня магістра

зі спеціальності 126 «Інформаційні системи та технології»

на тему: Прогнозоване оптимальне за витратою палива управління
об'єктами третього порядку з запізненням

Виконав: студент другого курсу, групи ІК-72мп
(шифр групи)

_____ Кургузов Ян Олегович _____
(прізвище, ім'я, по батькові) (підпис)

Науковий керівник к.т.н., доцент Ігнатенко В.М. _____
(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали) (підпис)

Консультант _____
(назва розділу) (науковий ступінь, вчене звання, прізвище, ініціали) (підпис)

Рецензент _____
(посада, науковий ступінь, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали) (підпис)

Засвідчую, що у цій магістерській
дисертації немає запозичень з праць
інших авторів без відповідних
посилань.

Студент _____
(підпис)

Київ – 2018 року

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра технічної кібернетики

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Спеціальність 126 «Інформаційні системи та технології»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

І.Р. Пархомей

(підпис)

«__» _____ 2018 р.

ЗАВДАННЯ
на магістерську дисертацію студенту
Кургузову Яну Олеговичу
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема дисертації «Прогнозоване оптимальне за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням»,
науковий керівник дисертації к.т.н., доцент Ігнатенко В.М.,
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)
затверджені наказом по університету від «07» 11 2018 р. № 4112-с
2. Термін подання студентом дисертації 15.11.18
3. Об'єкт дослідження – система третього порядку із запізненням.
4. Предмет дослідження – процес розробки прогнозованого оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням.
5. Перелік завдань, які потрібно розробити – розкрити задачу оптимального; провести синтез; визначити структурну властивість; здійснити синтез алгоритму; розробити функціональну структуру; провести моделювання процесів; здійснити математичний опис; проаналізувати результати моделювання процесів.
6. Орієнтовний перелік ілюстративного матеріалу – сім плакатів
7. Орієнтовний перелік публікацій – одна публікація

8. Консультанти розділів дисертації

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

9. Дата видачі завдання _____

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1	Постановка задачі оптимізації	15.09.2018 р.	
2	Умови невиродженості	19.09.2018 р.	
3	Методи вирішення	24.09.2018 р.	
4	Структурна властивість	01.10.2018 р.	
5	Синтез алгоритму	12.10.2018 р.	
6	Функціональна структура	01.11.2018 р.	
7	Математичний опис	11.11.2018 р.	
8	Розроблення маркетингової програми	15.11.2018 р.	
9	Висновки	18.11.2018 р.	

Студент

(підпис)

Кургузов Я.О.

(ініціали, прізвище)

Науковий керівник дисертації

(підпис)

Ігнатенко В.М.

(ініціали, прізвище)

АНОТАЦІЯ

У роботі розглянуто проблему прогнозованого оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням, показано основні особливості існуючих рішень проблеми, їх переваги та недоліки.

Наукова новизна роботи визначається сукупністю результатів теоретико-експериментальних досліджень фізичних процесів, що протікають при прогнозованому оптимальному за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням. В роботі вперше сформульовано комплексний підхід до вирішення завдання підвищення ефективності управління об'єктами третього порядку з запізненням.

При виконанні теоретичних і експериментальних досліджень використані: методи теорії рівнянь математичної фізики, електродинаміки суцільних середовищ, теорії ймовірності та математичної статистики.

Ключові слова: оптимізація, метод, управління, максимум.

Розмір пояснювальної записки – 114 аркушів, містить 34 ілюстрації, 24 таблиці, 7 додатків.

ABSTRACT

In the paper the problem of predicted optimal fuel consumption by object management of the third order with delay is considered, the main features of the existing solutions of the problem, their advantages and disadvantages are shown.

The scientific novelty of the work is determined by the combination of the results of theoretical and experimental studies of physical processes occurring at the forecasted optimal fuel consumption for managing objects of the third order with a delay. In the work for the first time the complex approach to solving the problem of increasing the efficiency of management of objects of the third order with delay is formulated.

Theoretical and experimental researches used the methods of the theory of equations of mathematical physics, solid state electrodynamics, probability theory and mathematical statistics.

Keywords: optimization, method, management, maximum.

Explanatory note size – 114 pages, contains 34 illustrations, 24 tables, 7 applications.

Пояснювальна записка
до магістерської дисертації

на тему: «Прогнозоване оптимальне за витратою палива управління
об'єктами третього порядку з запізненням»

Київ – 2018 року

ЗМІСТ

ВСТУП	9
РОЗДІЛ 1 ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО ЗА ВИТРАТОЮ ПАЛИВА УПРАВЛІННЯ ОБ'ЄКТАМИ З ЗАПІЗНЕННЯМ ТА МЕТОДИ ЇЇ ВИРІШЕННЯ.....	13
1.1 Постановка задачі оптимізації управління за витратою палива динамічними процесами з післядією	13
1.2 Умови невиродженості оптимального за витратою палива управління системами з запізненням та принцип максимуму	22
1.3 Методи вирішення оптимізаційної за витратою палива задачі управління динамічними процесами з післядією	28
1.3.1 Аналітичний синтез оптимальних за витратою палива алгоритмів управління лінійними системами у просторі їх стану	29
1.3.2 Вирішення задачі оптимізації управління за витратою палива динамічними системами на основі методів математичного програмування.....	40
1.3.3 Метод прогнозованого оптимального за витратою палива управління системами з запізненням.....	40
РОЗДІЛ 2 СИНТЕЗ ПРОГНОЗОВАНОГО ОПТИМАЛЬНОГО ЗА ВИТРАТОЮ ПАЛИВА РЕГУЛЯТОРА СИСТЕМОЮ ТРЕТЬОГО ПОРЯДКУ С ЗАПІЗНЕННЯМ.....	46
2.1 Структурна властивість оптимальних за витратою палива динамічних процесів з післядією	46
2.2 Синтез алгоритму оптимального за витратою палива управління системою другого порядку з запізненням	51
2.3 Функціональна структура прогнозованого оптимального регулятора системою третього порядку з запізненням.....	61
2.4 Алгоритм прогнозованого оптимального за витратою палива управління системою третього порядку з запізненням.....	66

РОЗДІЛ 3 МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ОПТИМАЛЬНОГО ЗА ВИТРАТОЮ ПАЛИВА ПРОГНОЗОВАНОГО УПРАВЛІННЯ СИСТЕМОЮ ТРЕТЬОГО ПОРЯДКУ З ЗАПІЗНЕННЯМ.....	70
3.1 Математичний опис прогнозованої оптимальної за витратою палива системою третього порядку із запізненням.....	70
3.2 Функціональна схема моделювання прогнозованої оптимальної системи управління третього порядку із запізненням	81
3.3 Результати моделювання процесів прогнозованого оптимального за витратою палива управління системою третього порядку із запізненням	90
РОЗДІЛ 4 РОЗРОБКА СТАРТАП ПРОЕКТУ	103
4.1 Опис ідеї проекту.....	103
4.2 Технологічний аудит ідеї проекту	100
4.3 Аналіз ринкових можливостей запуску стартап проекту.....	101
4.4 Розроблення ринкової стратегії проекту.....	116
4.5 Розроблення маркетингової програми	119
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ	124
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	126

ВСТУП

Актуальність теми дослідження. У зв'язку з тенденцією до інтенсифікації процесів все частіше і частіше виникає потреба оптимального в тому чи іншому сенсі управління об'єктами.

Застосування лінійних законів управління для ряду об'єктів виявилось недостатньо ефективним через обмеженість керуючих впливів, великих швидкостей зміни координат об'єкту порівняно з великим запізненням в реакції системи на керуючий вплив.

У ряді випадків неправильно або неточно сформований на початку процесу управління керуючий вплив призводить до неможливості в подальшому наявними засобами скорегувати недопустимий з тих чи інших причин розвиток процесу. В цьому випадку виникає задача захисту об'єкта управління від попадання в недопустимий стан як при ручному управлінні, так і при несправності системи автоматичного управління. Ці обставини в ряді випадків змушують навмисно уповільнювати процеси управління.

Оптимізація процесів класичними методами і, зокрема, побудова оптимальних за витратою палива, або інакше, робочого тіла, , незважаючи на розвинену теорію, нашоюхується на труднощі апаратурною реалізації систем управління (використання в системі управління обчислювальних пристроїв для розв'язання крайових задач за принципом максимуму, для відтворення поверхні або гіперповерхні перемикання, для вирішення трансцендентних рівнянь і т. п.).

Однаке оптимізація процесів управління може бути досягнуто і іншим шляхом, а саме, за допомогою методу прогнозування. Характерна особливість цього методу полягає в послідовному визначенні кінцевого результату впливу обраного в даний момент управління. Метод

прогнозування вперше був використаний в роботі Дж. Коулса і А. Нотона [11], розвиненою надалі Х. Честнат, У. Соллесіто і П. Трутманом [12], для оптимального управління об'єктами другого порядку з нестационарними лініями перемикавання. Характерним для цих робіт є прогнозування на обчислювальних машинах з повторенням рішення сукупності майбутніх оптимальних траєкторій об'єкта з виділенням з них тієї траєкторії, яка відповідає заданому кінцевому положенню об'єкта, а також використання логіки, розрахованої не більше ніж на одне перемикавання керуючого впливу.

В [4] метод прогнозування використовувався для визначення управляючого впливу шляхом вирішення в прискореному масштабі часу спільно рівнянь динаміки об'єкта і варіаційного рівняння Ейлера для нього. При цьому з сукупності інтегральних кривих відбиралася та, яка б відповідала бажаному кінцевому стану об'єкта.

Особливості застосування методу прогнозування в згаданих роботах не дозволяють поширити їх на об'єкти вище другого порядку і на об'єкти, що мають додаткові обмеження на координати. Однак є можливість зняти зазначені обмеження принаймні для деяких класів об'єктів.

Крім задач оптимального управління, метод прогнозування може бути ефективно поширений також і на ряд інших задач, зокрема, нелінійних крайових задач, де прогнозування дозволяє значно поліпшити точність їх вирішення.

Мета та завдання. Метою цієї роботи є висвітлення можливостей та перспектив методу прогнозування стосовно вирішення задач оптимального управління динамічними системами та процесами з післядією .

Для досягнення поставленої мети у рамках даного дослідження необхідно виконати низку завдань:

- розкрити задачу оптимального за витратою палива управління об'єктами з запізненням та методи її вирішення;
- провести синтез прогнозованого оптимального за витратою палива регулятора системою третього порядку з запізненням;
- визначити структурну властивість оптимальних за витратою палива динамічних процесів з післядією;
- здійснити синтез алгоритму оптимального за витратою палива управління системою другого порядку з запізненням;
- розробити функціональну структуру прогнозованого оптимального регулятора системою третього порядку з запізненням;
- провести моделювання процесів оптимального за витратою палива прогнозованого управління системою третього порядку з запізненням;
- здійснити математичний опис прогнозованої оптимальної за витратою палива системою третього порядку з запізненням;
- проаналізувати результати моделювання процесів прогнозованого оптимального за витратою палива управління системою третього порядку з запізненням.

Об'єкт та предмет дослідження. Об'єктом роботи виступає система третього порядку із запізненням.

Предметом є процес розробки прогнозованого оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням.

Методи дослідження. При вирішенні поставлених завдань використовувалися теоретико-експериментальні методи досліджень. Теоретичні методи застосовувалися при дослідженнях впливів на макроскопічному рівні в розробках математичних моделей управління об'єктами третього порядку з запізненням. Поєднання теоретичних і експериментальних методів використано в дослідженнях впливів на мікроскопічному рівні розгляду і при вивченні управління об'єктами третього порядку з запізненням.

При виконанні теоретичних і експериментальних досліджень використані: методи теорії рівнянь математичної фізики, електродинаміки суцільних середовищ, теорії ймовірності та математичної статистики.

Наукова новизна отриманих результатів. Наукова новизна роботи визначається сукупністю результатів теоретико-експериментальних досліджень фізичних процесів, що протікають при прогнозованому оптимальному за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням. В роботі вперше сформульовано комплексний підхід до вирішення завдання підвищення ефективності управління об'єктами третього порядку з запізненням.

Наведено математичну модель нових структур модальних регуляторів для об'єктів із запізненням, в яких випередження значення координат об'єкту формуються за допомогою статичних і астатичних спостерігачів повного порядку, і наближеної динамічної моделі об'єкта.

Практична значимість отриманих результатів. Отримані результати можуть бути впроваджені на реальному виробництві за умови дотримання всіх правил та обмежень викладених на сторінках роботи.

Структура роботи. Структуру роботи складають: перелік скорочень, вступ, чотири розділи, висновки та список використаної літератури. Загальний обсяг роботи становить 114 сторінок.

РОЗДІЛ 1

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО ЗА ВИТРАТОЮ ПАЛИВА УПРАВЛІННЯ ОБ'ЄКТАМИ З ЗАПІЗНЕННЯМ ТА МЕТОДИ ЇЇ ВИРІШЕННЯ

В даний час тема оптимізації стала однією з основних в технічних і економічних науках. Існує безліч методів оптимізації, але вибір будь-якого конкретного методу обумовлений видом математичної моделі об'єкта і постановкою задачі оптимізації. Наприклад, задача з лінійними критеріями оптимальності при обмеженнях типу нерівностей, що накладаються на змінні, вирішуються методом лінійного програмування [1]. Завдання, в яких потрібно знайти мінімальну тривалість перехідного процесу для об'єкта, представленого системою диференціальних рівнянь з обмеженнями змінних, вирішуються з використанням принципу максимуму [2].

1.1 Постановка задачі оптимізації управління за витратою палива динамічними процесами з післядією

Системи, що описуються диференціальними рівняннями з відхиляющемся аргументом, відіграють значну роль в дослідженні багатьох теоретичних і прикладних задач. Такі рівняння з'являються там, де властивості об'єкта визначаються ефектом післядії, і служать математичними моделями різних процесів: автоматичного регулювання та керування технічними системами та технологічними процесами, як то: розвитку, економічних і соціальних систем; генерації сигналів, горіння в рідинно-реактивних двигунах, уповільнення нейтронів, впливу випромінювань, ліній затримки; радіолокації і радіонавігації, процесів в авіаційних силових установках і т.д.

Ланки із запізненням можуть з'являтися при моделюванні об'єктів в механіці спадкових середовищ, радіотехніці і радіофізики; в теорії циклів суднобудівної промисловості, електроніці та теоретичної фізики; теплопередачі, описі гістерезисних систем і впливі гідравлічного удару на стійкість роботи турбін; приводів, напружено-деформованого стану ряду матеріалів (бетону, полімерів і пластмаси, деревини, льоду, гірських порід і ін.), аероавтопружності, при вивченні руху тіл з урахуванням їх взаємодії з навколишнім середовищем; заміні систем з розподіленими параметрами (гідропривід, акустична лінія і т.п.) еквівалентними ланками.

До причин виникнення таких явищ можна віднести транспортне, інформаційне та інерційне запізнювання (при передачі речовини, енергії, сигналу, інформації на відстань), кінцівку швидкості руху носіїв електричних зарядів, запізнювання реакції в системах з людиною оператором.

Запізнення в системах призводить до нових ефектів, наприклад самозбудженню коливань, збільшення перерегулювання і нестійкості об'єктів.

Також облік післядії в математичних моделях дозволяє отримати результати, які добре узгоджуються з явищами, що вивчаються.

Нехай в n -вимірному фазовому просторі задана автономна динамічна система, що описується векторним диференціальним рівнянням виду:

$$\dot{\bar{x}}(t) = \bar{f}[\bar{x}(t), \bar{y}(t), \bar{u}(t)], (t_0 \leq t \leq t_k),$$

(1.1)

де \bar{f} — n -мірна вектор-функція; \bar{x} — n -мірний вектор стану; \bar{y} — вектор розмірності m , елементами якого є функції

$y_j = x_j(t - \tau_j), j = \overline{1, m}; \tau_j = \text{const} > 0; \bar{u}$ - r -мірний вектор керуючих впливів.

Система (1.1) задовольняє наступним початковим умовам:

$$\begin{aligned} x(t_0) &= \bar{x}_0, \\ x_j(t) &= \varphi_j(t) \text{ при } t_0 - \tau_j \leq t \leq t_0, j = \overline{1, m}, \end{aligned} \quad (1.2)$$

де $\varphi_j(t)$ - задана функція.

Управління $\bar{u}(t) \subset U$, де U — деякий підпростір r -мірного простору, що представляє собою область допустимих керуючих впливів. Завданням оптимального управління є знаходження такої функції $\bar{u}(t)$, яка при перекладі системи (1.1) з початкового стану (1.2) в кінцевий мінімізувала б функціонал виду:

$$I = \int_{t_0}^{t_k} [k + \sum_{k=1}^r |u_k(t)|] dt, \quad (1.3)$$

де t_k — не фіксоване і $0 \leq k \leq \infty$. Функціонал являє собою лінійну комбінацію критеріїв максимальної швидкодії і чистої витрати палива.

Останнім часом для вирішення завдань оптимізації принцип максимуму використовується в формі принципу мінімуму [5]. Переваги такого підходу полягають в його більш тісному зв'язку з варіаційним обчисленням, принципом Гамільтона [3] в механіці і динамічним програмуванням Беллмана [4].

Завдання синтезу в даному випадку вирішується на основі принципу мінімуму Понтрягіна, використання якого свідчить про існування такої ненульової безперервної вектор-функції, що оптимальне управління мінімізує гамільтоніан $H(\bar{\psi}, \bar{x}, \bar{y}, \bar{u})$:

$$H = k + \sum_{k=1}^r |u_k| + \langle \bar{\psi}, \bar{f} \rangle.$$

(1.4)

При цьому вектор-функція $\bar{\psi}(t)$ задовольняє наступним диференціальним рівнянням:

$$\frac{\partial \psi_i(t)}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial x_i} - \Delta^i(t) \left[\frac{\partial H}{\partial y_i} \right]^{i+\tau_i},$$

(1.5)

де $\Delta^i(t) = 1/4 [1 + \text{sign}(m - i)][1 + \text{sign}(t_k - t_i - t)]$; ($\text{sign } 0 = 1$) та початковим умовам $\psi(t_0) = \bar{\psi}_0$.

З останнього виразу видно, що для знаходження вектор-функції $\bar{\psi}(t)$ необхідно знати $\bar{\psi}(t + \tau)$, а це суттєво ускладнює знаходження оптимального управління.

При формулюванні принципу мінімуму використовується вектор допоміжних змінних $\bar{\psi}^{\min} = (\psi_1^{\min}, \psi_2^{\min}, \dots, \psi_n^{\min})$, який визначається співвідношенням $\bar{\psi}^{\min} = -\bar{\psi}^{\max} = \lambda$, де $\bar{\psi}^{\max}$ - вектор допоміжних змінних принципу максимум, а λ , - вектор множників Лагранжа. Крім того, $\psi_0^{\min} = -\psi_0^{\max}$, причому $\psi_0^{\min} \geq 0$. Таким чином, $\bar{\psi}^{\min} = -\bar{\psi}^{\max}$ і, отже, $H_{\bar{\psi}^{\min}} = -H_{\bar{\psi}^{\max}}$, де $H_{\bar{\psi}^{\min}}$ для лінійних стаціонарних систем при $\tau = 0 = 0$ запишеться

$$H_{\bar{\psi}^{\min}} = \psi_0^{\min} f_0(u, t) + \left(\bar{\psi}^{\min} \right)^T A \bar{x} + \left(\bar{\psi}^{\min} \right)^T B u,$$

(1.6)

причому, якщо прийняти, що $x_0 = f_0(u, t)$, де $f_0(u, t)$ - підінтегральний вираз критеріїв, то при $x = (x_0, x_1, \dots, x_n)$, загальний вид запису канонічних диференціальних рівнянь і їх векторних еквівалентів залишається без змін.

Тоді, ввівши для зручності запису $\psi = \psi^{\min}$, необхідну умову оптимальності наступним чином: для того, щоб управління $\bar{u}^*(t)$ переводить лінійну стаціонарну систему з початкового стану $\bar{x}(t_0)$ в кінцевий $\bar{x}(t_k)$ вздовж оптимальної траєкторії $\bar{x}^*(t)$, було оптимальним, необхідно існування безперервної ненульовий вектор-функції $\psi^*(t)$, такої, що рішення $\psi^*(t)$ і $\bar{x}^*(t)$ канонічних диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}^*(t) &= \frac{\partial H(\psi^*(t), \bar{x}^*(t), \bar{u}^*(t))}{\partial \psi}, \\ \dot{\psi}^* &= -\frac{\partial H(\psi^*(t), \bar{x}^*(t), \bar{u}^*(t))}{\partial \bar{x}} \end{aligned}$$

(1.7)

Задовольняють граничним умовам $\bar{x}(t_0)$ і $\bar{x}(t_k)$ і

$$\min_{u \in U} H(\psi^*(t), \bar{x}^*(t), \bar{u}^*(t)) = H(\psi^*(t), \bar{x}^*(t), \bar{u}^*(t)),$$

де $H(\psi^*(t), \bar{x}^*(t), \bar{u}^*(t)) \equiv 0, \quad t_0 \leq t \leq t_k$.

Зазвичай, якщо завдання не включає вироджений випадок, для якого $\psi_0 = 0$, вважають $\psi_0 = 1$ і тоді

$$H(\bar{\psi}(t), \bar{x}(t), \bar{u}(t)) = f(u, t) + \bar{\psi}^T A \bar{x} + \bar{\psi}^T B \bar{u} = f_0(u, t) + \bar{x}^T A^T \bar{\psi} + \bar{u}^T B^T \bar{\psi}.$$

(1.8)

вважаючи $\bar{q}(t) = B^T e^{-A^T t} \bar{\psi}(0)$ для $f_0(u, t)$, Гамильтониан приймає найменше значення за умови, що мінімально вираз

$$\bar{u}(t) \text{sign } u(t) + u^T(t) q(t) = u^T(t) [\text{sign } u(t) + q(t)].$$

При цьому необхідно згідно [5] розрізняти два випадки:

1) якщо $|q_k^*(t)| \geq 1$, то $u_k^*(t) = -\text{sign}(q_k^*(t))$;

2) якщо $|q_k^*(t)| < 1$, то $u_k^*(t) = 0$,

де $q_k^*(t)$ ($k = \overline{1, r}$) — k-та компонента вектора $\bar{q}^*(t)$.

Ці умови можна подати виразити у вигляді векторного співвідношення

$$\bar{u}^*(t) = \text{dez}\{q^*(t)\}, \quad (1.9)$$

де dez означає dead-zone function - функція зони нечутливості.

Отже, управління, яке мінімізує витрати палива, задається кусочно-неправильною функцією, що приймає значення $u_k^* = +1$, $u_k^* = 0$ або $u_k^* = -1$ в залежності від виходу пов'язаної системи.

В разі виродження завдання мінімізація гамильтониана дає неєдине (вироджене) управління

$$\begin{aligned} 0 \leq u_k^*(t) \leq 1, \text{ якщо } u_k^*(t) = -1, \\ -1 \leq u_k^*(t) \leq 0, \text{ якщо } u_k^*(t) = +1 \end{aligned}$$

на деякому інтервалі $t \in [t_1, t_2]$.

Для визначення достатніх умов існування невивродженого управління $\bar{u}^*(t)$ введемо прийняті в роботах [3, 5] поняття нормальності системи і нормальності завдання. Під нормальною системою розуміється система, яка є керованою по відношенню до кожної з компонент $u_1(t), \dots, u_r(t)$ управління $\bar{u}(t)$.

Під нормальним (невивродженим) завданням оптимізації в даному випадку будемо мати на увазі завдання, для якого на інтервалі управління $t_0 \leq t \leq t_k$ не існує жодного інтервалу $[t_1, t_2] \in [t_0, t_k]$, коли виконується співвідношення $|q_k^*(t)| = 1$ для всіх $t \in [t_1, t_2]$. В цьому випадку оптимальне управління (якщо воно існує) єдино. В роботі [15] показано, що достатньою умовою нормальності завдання оптимізації витрати палива є нормальність лінійної стаціонарної системи, що виконується, якщо для всіх $t \in [t_1, t_2]$, $j = \overline{1, r}$.

$$\det[G_j^T A^T] = \det(A) \det(G_j) \neq 0, \quad (1.10)$$

де $G_j = [b_j: Ab_j: \dots: A^{n-1}b_j]$, причому b_j позначає n -мірний вектор, що утворює j -й стовпець матриці B .

Згідно роботі [5], якщо керована лінійна стаціонарна система нормальна і якщо оптимальне управління $\bar{u}^*(t)$ існує, то таке оптимальне управління єдино.

Однак в загальному випадку не можна довести, що співвідношення (1.10) є також і необхідною умовою нормальності завдання на оптимум витрати палива. Завдання оптимізації витрати палива може виявитися нормальним навіть тоді, коли не виконується достатня умова, або завдання може виявитися нормальним для деяких нормальних умов. Надалі будемо вважати, що завдання завжди нормально, що відповідає розглянутому класу систем і відповідає запропонованому методу навчання. З (1.8) випливає, що оптимальне управління як функцію часу можна було б визначити точно, якби були відомі тимчасові залежності $\bar{\psi}^*(t)$.

Для цього потрібно знати початкові $\bar{\psi}^*(t_0)$ або кінцеві $\bar{\psi}^*(t_k)$ умови, які є нелінійними функціями граничних умов $\bar{x}(t_0)$ і $\bar{x}(t_k)$ і не можуть бути визначені заздалегідь, так як не існує способу розв'язання загальної двохточечної крайової задачі.

Однак в ряді випадків цього можна уникнути.

Наведені нижче теореми про кількість інтервалів управління, доведені Стеніним А.А. спільно з Ігнатенко В.М. в роботі [7] є хорошим інструментом (за аналогією з теоремою Фельдбаум А.А. [6]) синтезу оптимальних по витраті палива законів руху.

Теорема 1. Якщо завдання на оптимум витрати палива для лінійної стаціонарної системи не виродилися і область управління U є n -мірний куб, а всі власні значення матриці A нульові, то число інтервалів управління для кожної складової $u_j^*(t)$ оптимального управління $\bar{u}^*(t)$ не

перевищує 2^{n-1} . Інакше кажучи, кусочно-постійне правління $u_j^*(t)$, яке визначається співвідношенням (1.9), можна вмикати і вимикати ± 1 на 0 і з 0 на ± 1 не більше 2^{n-2} раз.

Теорема 2. Якщо завдання на оптимум витрати палива для лінійної стаціонарної системи не виродилися і область управління U є n -мірний куб, а всі власні значення матриці A дійсні, негативні і різні, то число інтервалів управління для кожної складової $u_j^*(t)$ ($j = \overline{1, r}$) оптимального управління $\bar{u}^*(t)$ не перевищує 2^n . Інакше кажучи, кожне кусочно-оптимальне управління $u_j^*(t)$, яке визначається співвідношенням (1.10), можна вмикати і вимикати ± 1 на 0 і з 0 на ± 1 не більше 2^{n-1} раз.

Використовуючи принцип мінімуму Понтрягіна, встановимо факт внутрішнього зв'язку за умови існування і єдиності оптимального управління $\bar{u}^*(t)$, що переводить лінійну стаціонарну систему з деякого початкового стану в кінцевий так, що заданий час переходу $t_k - t_0$ задовольняє умові

$$T_{\min} \leq t_k - t_0 \leq T_{\max} \quad (1.11)$$

тут T_{\min} — час переходу системи, оптимальної за критерієм максимальної швидкодії, T_{\max} - час переходу системи, оптимальної за критерієм витрати палива (в загальному випадку $T_{\max} = \infty$).

Для класу розглянутих систем за умови існування і єдиності оптимального управління $\bar{u}^*(t)$ завжди можна визначити при заданих граничних умовах таке значення коефіцієнта k , при якому перехідні процеси, що відповідають критеріям, будуть ідентичні.

Дійсно, якщо існує оптимальне управління $\bar{u}^*(t)$ і, отже, оптимальна траєкторія $\bar{x}^*(t)$, А також відповідна їм допоміжна змінна $\bar{\psi}^*(t)$, То гамільтоніан даного завдання

$$H\left[\bar{u}^*(t), \bar{x}^*, \bar{\psi}^*(t)\right] = \sum_{k=1}^r \left| u_k^*(t) \right| \bar{\psi}^{*T}(t) A \bar{x}^*(t) + \bar{\psi}^{*T}(t) B \bar{u}^*(t) = \Delta,$$

де Δ — деяка постійна, але невідома заздалегідь величина [6], що відповідає заданим граничним умовам і фіксованому часу переходу $t_k - t_0$.

Тепер, якщо знайдені траєкторія управління $\bar{u}^*(t)$, траєкторія $\bar{x}^*(t)$ і допоміжна змінна $\bar{\psi}^*(t)$ є рішенням задачі оптимізації, для якої

$$H\left[\bar{u}^*(t), \bar{x}^*(t), \bar{\psi}^*(t)\right] = k + \sum_{k=1}^r \left| u_k^*(t) \right| \bar{\psi}^{*T}(t) A \bar{x}^*(t) + \bar{\psi}^{*T}(t) B \bar{u}^*(t) = 0,$$

то це означає, що $k = -\Delta$.

Таке твердження справедливе, так як умові (1.11) відповідає рівноцінна умова $0 \leq k \leq \infty$.

Умова (1.11), ліва частина якої є умовою існування управління в нормальній задачі оптимізації витрати палива, легко реалізується завданням фіксованого часу переходу у вигляді

$$t_k - t_0 = \beta T_{\min}, \quad \beta \geq 1.$$

(1.12)

В результаті слідує

$$k = f(\beta, \bar{x}(t_0), \bar{x}(t_k)).$$

(1.13)

В окремому випадку

$$k = f(\beta).$$

(1.14)

Цей результат має безсумнівну практичну цінність. З одного боку функціонал дозволяє проектувати інваріантну в часі замкнуту оптимальну систему, проте вибір значення k утруднено, так як воно лише побічно характеризує тривалість перехідного процесу, проте при цьому завдання нових початкових умов кожен раз вимагає нового розрахунку оптимальних моментів перемикавання, що вельми незручно. У той же час, якщо відома залежність (1.13) для конкретного об'єкта управління з класу аналізованих систем, ми можемо реалізувати замкнуту оптимальну

систему з контрольованим часом переходу, в якій оптимальне управління виробляється на основі вимірювання поточних фазових координат. Визначення залежності (1.13) або (1.14) передбачає попереднє рішення задачі синтезу оптимальних управлінь по зазначеним критеріям. Зокрема, для системи, що складається з двох інтегруючих ланок, така залежність, як показано в роботі Стенина А.А. [9], має вигляд

$$k = f(\beta) = \sqrt{\frac{\beta^2}{\beta^2 - 1}}, \quad \beta \geq 1.$$

Фазовий портрет руху системи в сенсі зазначених критеріїв наведено на рис. 1.1.

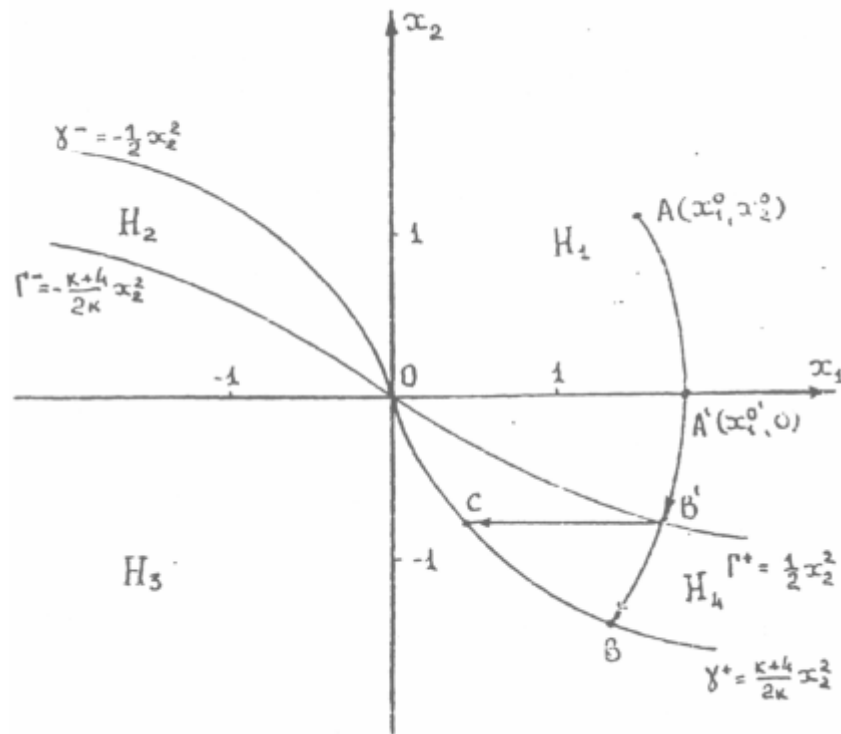


Рисунок 1.1 – Фазовий портрет оптимального руху системи, що складається з двох інтегруючих ланок

1.2 Умови невиродженості оптимального за витратою палива управління системами з запізненням та принцип максимуму

Нехай об'єкт управління описується системою нелінійних диференціальних рівнянь виду

$$\begin{aligned} \frac{dx_t}{dt} &= X_i(x_1, x_2, \dots, x_n, t, u) \\ x_i(t_0) &= x_{i0}; 0 \leq t \leq T, i = 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \quad (1.15)$$

де x_1, x_2, \dots, x_n — фазові координати системи (параметри стану); u — керуючий вплив; X_i — задані детерміновані функції своїх аргументів.

Розглянемо задачу синтезу керуючого впливу для об'єкта (1.15) з умови мінімізації критерію якості

$$I = \int_0^T Q_0(x_1, x_2, \dots, x_n, t, u) dt + R[x_1(T), x_2(T), \dots, x_n(T), T], \quad (1.16)$$

де Q_0 і R — задані функції фазових координат, що визначають точність, витрату енергії або інші показники якості управління.

Для вирішення завдання можна скористатися методом динамічного програмування, запропонованим Р. Веллманн [7] для широкого кола систем, майбутній стан яких визначається їх станом в сьогодні. Метод динамічного програмування базується на принципі оптимальності, який можна сформулювати в наступній формі: оптимальне управління не залежить від «передісторії» системи і визначається лише її станом в даний момент часу.

Розглянемо оптимальну траєкторію в фазовому просторі координат x_1, x_2, \dots, x_n (Рис. 1.1), яка з'єднує точки $A(t = 0)$ і $B(t = T)$. Мінімальне значення критерію (1.4), відповідне оптимальній траєкторії АВ позначимо через $Q(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}, t_0 = 0)$. За принципом оптимальності ділянку траєкторії від будь-якої точки $C(t > t_0)$ до кінцевої точки B також є оптимальною траєкторією. При цьому частина критерію оптимальності (1.4), яка відповідає ділянці СВ і відрізку часу від t до T , повинна мати мінімально можливе значення. Позначимо це значення через $Q[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), t]$.

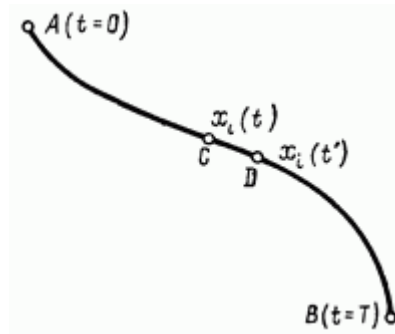


Рисунок 1.2 – Оптимальна траєкторія у просторі фазових координат
В околиці точки C виберемо точку D таку, що час, який їй відповідає, $t' = t + \Delta t$, де Δt нескінченно малий проміжок часу.

Для ділянки траєкторії DB відповідального інтервалу часу $[t', T]$,
Можна знайти мінімальне значення функціоналу (1.15):

$$Q[x_1(t'), x_2(t'), \dots, x_n(t'), t'] = Q[x_1(t + \Delta t), x_2(t + \Delta t), \dots, x_n(t + \Delta t), t + \Delta t] \quad (1.17)$$

Відповідно до принципу оптимальності умова для визначення
оптимального управління $u(t)$ можна записати у вигляді

$$Q[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), t] = \min_{u(t)} \left\{ \int_0^T Q_0[x_1, x_2, \dots, x_n, t, u(\tau)] d\tau + R[x_1(T), x_2(T), \dots, x_n(T), T] \right\}$$

,

або

$$Q(x_1, x_2, \dots, x_n, t) = \min_{u(t)} \int_0^T Q_0[x_1, x_2, \dots, x_n, t, u(\tau)] d\tau \quad (1.18)$$

так як функція R в явній формі не залежить від управління.

Відповідно до введених вище ділянок траєкторії CD і DB інтеграл у виразі (1.18) обчислимо по частинах.

Позначивши

$$Q(x_i, t, i \in [1, n]) = Q(x_1, x_2, \dots, x_n)^*$$

Отримаємо

$$Q(x_i, t, i \in [1, n]) = \min_{u(t)} \left\{ \int_t^{t'} Q_0[x_i, \tau, u, i \in [1, n]] d\tau + \int_{t'}^T Q_0[x_i, \tau, u, i \in [1, n]] d\tau \right\}$$

При досить малому Δt перший інтеграл у виразі (1.18) можна представити у вигляді

$$Q_0[x_i(t), t, u(t), i \in [1, n]] \Delta t + Q_1(\Delta t),$$

де $Q_1(\Delta t)$ — величина вищого порядку малості в порівнянні з Δt . З урахуванням цього виразу (1.18) набуде вигляду (в інтегралі замінімо змінну інтегрування $\tau = v$)

$$Q(x_i, t, i \in [1, n]) = \min_{u(t)} \left\{ Q_0[x_i(t), t, u, i \in [1, n]] \Delta t + \int_{t+\Delta t}^T Q_0[x_i(v), v, u(v), i \in [1, n]] dv \right\} + Q_1(\Delta t) \quad (1.19)$$

Так як перший доданок правої частини виразу (1.19) залежить лише від значення $u(t)$ а другий визначається і значеннями $u(v)$ в інтервалі зміни змінної інтегрування, то вираз (1.19) можна записати у вигляді

$$Q(x_i, t, i \in [1, n]) = \min_{u(t)} \left\{ Q_0[x_i(t), t, u, i \in [1, n]] \Delta t + \min_{u(t)} \int_t^T Q_0[x_i, u(v), v, i \in [1, n]] dv \right\} + Q_1(\Delta t) \quad (1.20)$$

Другий доданок в правій частині виразу (1.7) є $Q[x_t(t'), t', i \in [1, n]]$ тому

$$Q(x_t, t, i \in [1, n]) = \min_{u(t)} \left\{ Q_0((x_i, t, u, i \in [1, n]) \Delta f + Q(x_i(t'), t', i \in [1, n])) + Q_1(\Delta t) \right\} \quad (1.21)$$

розкладемо функції $x_t(t + \Delta t)$ в ряд Тейлора в околі точки t тоді отримаємо

$$x_i(t') = x_t(t + \Delta t) = x_i(t) + x_i(t)\Delta t + Q_2(\Delta t). \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

де $Q_2(\Delta t)$ — величина вищого порядку малості щодо величини Δt .

Так як $\dot{x}_t(x_1, x_2, \dots, x_n, t, u)$ відповідно до рівняннями (1.15), то

$$x_i(t') = x_i(t) + X_i(x_i, t, u, i \in [1, n])\Delta t + Q_2(\Delta t)$$

Підставами останній вираз у функцію $Q[x_i(t'), t', i \in [1, n]]$ і розкладемо її в нескінченно малій околиці точки t в ряд Тейлора. При цьому отримаємо

$$\begin{aligned} Q[x_i(t'), t', i \in [1, n]] &= Q[x_t(t + \Delta t), t + \Delta t, i \in [1, n]] = Q[x_t(t) + \\ &X_i(x_i, t, u, i \in [1, n])\Delta t + Q_2(\Delta t) + \Delta t] = Q[x_i(t), t, i \in [1, n]] + \\ &\sum_{i=1}^n \frac{\partial Q}{\partial x_i} X_i(x_i, t, u, i \in [1, n])\Delta t + \frac{\partial Q}{\partial t} \Delta t + Q_3(\Delta t) \end{aligned}$$

(1.22)

де $Q_3(\Delta t)$ — величина вищого порядку малості в порівнянні з Δt

Формула (1.22) справедлива тільки в тому випадку, якщо існують приватні похідні функції Q по змінним $x_t(i = 1, 2, \dots, n)$ і t . Підставляючи вираз (1.22) в рівняння (1.20), одержуємо

$$\begin{aligned} Q(x_i, t, i \in [1, n]) &= \min_{u(t)} \left\{ Q_0[x_i, t, u, i \in [1, n]]\Delta t + Q[x_i, t, i \in [1, n]] + \right. \\ &\left. \sum_{i=1}^n \frac{\partial Q}{\partial x_i} X_i(x_i, t, u, i \in [1, n])\Delta t + \frac{\partial Q}{\partial t} \Delta t \right\} + Q_4(\Delta t) \end{aligned}$$

де $Q_4(\Delta t)$ величина вищого порядку малості в порівнянні з Δt Після перетворень матимемо

$$-\frac{\partial Q}{\partial t} = \min_{u(t)} \left\{ Q_0[x_i, t, u, i \in [1, n]] + \sum_{i=1}^n \frac{\partial Q}{\partial x_i} (x_i, t, j \in [1, n]) X_i[x_j, t, u, j \in [1, n]] \right\} + \frac{Q_4(\Delta t)}{\Delta t}$$

спрямувавши Δt до нуля, отримаємо функціональне рівняння Веллман

$$-\frac{\partial Q}{\partial t} = \min_u \left\{ Q_0[x_i, t, u, i \in [1, n]] + \sum_{i=1}^n \frac{\partial Q}{\partial x_i} (x_i, t, j \in [1, n]) X_i[x_j, t, u, j \in [1, n]] \right\}$$

так як величина $Q_4(\Delta t)/\Delta t$ в межі рівна нулю.

Рівняння (1.22) є диференціальним рівнянням в приватних похідних. Гранична умова для функції Q отримаємо при $i = T$

$$Q[x_i(T), t = T, i \in [1, n]] = R[x_i(T), T, i \in [1, n]],$$

якщо $R \equiv 0$ то гранична умова приймає вид

$$Q[x_i(T), t = T, i \in [1, n]] \equiv 0$$

Рівняння (1.22) являє собою необхідна і достатня умова оптимальності. Основним обмеженням для нього є вимога безперервності і гладкості оптимальної функції $Q(x_1, x_2, \dots, x_n, t)$

Якщо диференціальні рівняння (1.22) є лінійними:

$$\begin{cases} \frac{dx_i}{dt} = \sum_{j=1}^n a_{sj} x_j + b_i u + f_i(t) \\ x_i(t_0 = 0) = x_{i0} \quad i = 1, 2, \dots, n \end{cases},$$

де a_{sj}, b_i — задані функції часу; $f_i(t)$ обурення, то функціональне рівняння (1.22) запишеться у вигляді

$$-\frac{\partial Q}{\partial t} = \min_u \left\{ Q_0 + \sum_{i=1}^n \frac{\partial Q}{\partial x_i} [\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + b_i u + f_i(t)] \right\},$$

при $f_i \equiv 0$ отримаємо

$$-\frac{\partial Q}{\partial t} = \min_u \left\{ Q_0 + \sum_{i=1}^n \frac{\partial Q}{\partial x_i} \left[\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + b_i u \right] \right\}$$

Якщо права частина рівняння (1.22) неперервна по управлінню і і на управління не накладено ніяких обмежень, то для відшукування мінімуму вираження в квадратних дужках можна прирівняти нулю приватну похідну.

Це дає

$$\frac{\partial Q_0}{\partial u} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial Q}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial x_i}{\partial u} = 0,$$

звідки можна отримати співвідношення для структури оптимального управління:

$$u = u(x_1, x_2, \dots, x_n, t, \frac{\partial Q}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial Q}{\partial x_n})$$

(1.23)

Підстановка співвідношення (1.23) в рівняння виключає з нього управління та і дозволяє отримати нелінійне диференціальне рівняння в приватних похідних для визначення функції $Q(x_1, x_2, \dots, x_n, t)$

Труднощі рішення рівнянь в приватних похідних загальновідомі, тому не завжди вдається відшукати аналітичну залежність $Q(x_1, x_2, \dots, x_n, t)$ в функції фазових координат x_1, x_2, \dots, x_n і часу. Однак якщо рішення рівняння в приватних похідних вдається знайти, то однозначно визначаються приватні похідні $\frac{dQ}{dx_i}$ а, значить, і структура алгоритму управління

$$u = u(x_1, x_2, \dots, x_n, t)$$

(1.24)

Принцип максимуму в більшій мірі пристосований для відшукування програмних оптимальних управлінь у функції часу, ніж для вирішення завдань синтезу оптимального закону керування.

1.3 Методи вирішення оптимізаційної за витратою палива задачі управління динамічними процесами з післядією

Дослідження системи управління в часовій області за допомогою змінних стану широко використовується останнім часом завдяки простоті проведення аналізу.

Стану системи відповідає точка в певному евклідовому просторі, а поведінка системи в часі характеризується траєкторією, що описується цією точкою.

При цьому математичний апарат включає готові рішення по аналоговому і дискретному LQR і DLQR контролерам, фільтра Калмана, і все це із застосуванням матриць і векторів, що і дозволяє записувати

рівняння системи управління в узагальненому вигляді, отримуючи додаткову інформацію при їх вирішенні

1.3.1 Аналітичний синтез оптимальних за витратою палива алгоритмів управління лінійними системами у просторі їх стану

Критеріями оптимальності можуть бути:

- максимум продуктивності;
- мінімум собівартості;
- необхідна якість продукції;
- мінімум витрат енергії та ін. (час, точність).

Ці оптимуму, як правило, не збігаються, тому в кожному конкретному випадку доводиться вибирати в якості основного той чи інший критерій, або їх сукупність з урахуванням вагових коефіцієнтів. Цей вибір здійснюється в основному в результаті ретельного техніко - економічного обґрунтування. Він повинен виконуватися на стадії системного проектування комплексу «технологія - обладнання - електропривод - система управління».

Оптимальне керування можливо, якщо встановлено зв'язок між характеристиками технологічного процесу і критерієм його ефективності. Такий зв'язок називається цільовою функцією. У загальному випадку вона має вигляд

$$F = f(y_1, \dots, y_j, \dots, y_n, x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$$

(1.25)

Якщо встановлена математична модель об'єкта у вигляді залежностей

$$y_i = f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$$

то цільову функцію можна записати тільки через управляючі впливи

$$F = f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$$

(1.26)

Отримання цієї функції є головною і найбільш складним завданням при синтезі алгоритмів оптимального управління.

Цільова функція повинна задовольняти безлічі вимог:

Однозначності. Одна цільова функція повинна відображати зміну тільки одного критерію. При наявності декількох критеріїв відповідні приватні цільові функції F_k утворюють загальну цільову функцію G як суму приватних, взятих з деякими ваговими коефіцієнтами, залежними від значимості окремих критеріїв, тобто

$$G = \sum \Psi_k F_k,$$

(1.27)

де ψ_k — ваговий коефіцієнт.

Відповідності. Характер цільової функції і кількісні характеристики об'єкта управління повинні відповідати один одному. Їх потрібно вибрати так, щоб забезпечити найбільш успішну оптимізацію процесу. Необхідно врахувати всі основні впливові фактори.

Керованості. В якості аргументів повинні фігурувати (використовуватися) тільки ті технологічні параметри, які піддаються управлінню, наприклад, за допомогою регульованих приводів.

Орієнтованості на конкретний критерій, який визначає економічну ефективність.

Екстремальності (опуклості). Повинна бути обрана цільова функція, що має чітко виражену екстремальну область.

Є й ряд інших вимог. Цільова функція не повинна мати розривів і декількох екстремальних областей. При неможливості реалізувати ці умови область роботи об'єкта обмежується деякими межами, де немає розривів цільової функції, де є найбільша її межа (max або min) і де задовольняються всі інші умови існування цільової функції. Тобто

цільова функція має технологічну область існування, яка визначається сукупністю всіх вимог, всіх обмежень. Якщо цільова функція в цій області має екстремальний характер, то завдання управління полягає в тому, щоб ввести процес в район роботи, близький до максимального екстремуму. Таке управління називається оптимальним або екстремальним. Якщо екстремум знаходиться за межами технологічно допустимої області роботи об'єкта, то задача автоматичного управління полягає в тому, щоб ввести процес в режим роботи з максимальним значенням критерію ефективності, який знаходиться на якомусь кордоні області роботи. Таке управління називається граничним.

Управління, при якому досягається і підтримується оптимальне значення цільової функції незалежно від збурень, називається статичною оптимізацією. Цільова функція в цьому випадку не залежить від часу.

Управління, коли система вибирає найвигіднішу траєкторію переходу з одного стану в інший, називається динамічною оптимізацією. Цільова функція в цьому випадку залежить від часу.

Оптимальному управлінню присвячені цілі книги багатьох авторів, в яких на дуже високому математичному рівні розглядаються методи побудови і критерії якості оптимальних систем. Ступінь складності таких систем залежить від ступеня складності і ступеня визначеності керованого процесу.

У реальних умовах для ефективного управління буває, що доводиться змінювати в процесі управління не тільки вхідні параметри, але і параметри самої САУ (коефіцієнти часу, пост. часу) і навіть міняти структуру і алгоритм роботи САУ. Такі системи називаються адаптивними. Якщо змінюються лише параметри (коефіцієнти передачі) САУ, то вона називається адаптивною системою, що самоналаштовується. Якщо змінюються структура і алгоритми управління (параметри природно теж змінюються), то така система називається адаптивною системою, що самоорганізується.

Існують методи оптимізації, які дозволяють здійснити її навіть при відсутності повної моделі процесу, такі системи звуться робастними САУ. Але реалізація подібних алгоритмів управління навіть статичної оптимізації можлива лише за умови застосування ЕОМ з високою швидкодією.

Подалі, у всякому разі, будемо припускати невироджені всіх розглянутих, завдань оптимізації і єдиність оптимального управління в них (якщо воно існує).

Дамо загальну постановку задачі.

Нехай в n -вимірному фазовому просторі задана автономна динамічна система, описувана векторним диференціальним рівнянням виду

$$\dot{\bar{x}}(t) = \bar{f}[\bar{x}(t), \bar{y}(t), \bar{u}(t)] \quad (t_0 \leq t \leq t_k), \quad (1.28)$$

де \bar{f} — n -мірна вектор-функція; \bar{x} — n -мірний вектор стану; \bar{y} — вектор розмірності m , елементами якого є функції $y_j = x_j(t - \tau_j)$, $j = \overline{1, m}$; $\tau_j = \text{const} > 0$; \bar{u} — r -мірний вектор керуючих впливів.

Система (1.28) задовольняє наступним початковим умовам:

$$\begin{aligned} \bar{x}(t_0) &= \bar{x}_0, \\ x_j(t) &= \varphi_j(t) \text{ при } t_0 - \tau_j \leq t \leq t_0, j = \overline{1, m}, \end{aligned} \quad (1.29)$$

де $\varphi_j(t)$ — задана функція,

управління $\bar{u}(t) \in U$, де U — деякий підпростір r -мірного простору, що представляє собою область допустимих керуючих впливів.

Завданням оптимального управління є знаходження такої функції $\bar{u}(t)$, яка б при перекладі системи (1.28) з початкового стану (1.29) в кінцевий стан мінімізувала функціонал.

Завдання синтезу в даному випадку вирішується на основі принципу мінімуму Понтрягіна, використання якого дозволяє зробити висновок про існування такої ненульової безперервної n -мірної вектор-функції, що оптимальне управління мінімізує гамильтоніан $H(\bar{\psi}, \bar{x}, \bar{y}, \bar{u})$:

$$H = k + \sum_{k=1}^r |u_k| + \langle \bar{\psi}, \bar{f} \rangle.$$

При цьому функція $\bar{\psi}(t)$ задовольняє наступним диференціальним рівнянням:

$$\frac{\partial \psi_i(t)}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial x_i} - \Delta^i(t) \left[\frac{\partial H}{\partial y_i} \right]^{i+\tau_i},$$

(1.30) (де $\Delta^i(t) = \frac{1}{4}[1+\text{sign}(m-i)][1+\text{sign}(t_k - \tau_i - t)]$; $(\text{sign} 0 = 1)$)

і початкових умов $\bar{\psi}(t_0) = \bar{\psi}_0$.

З виразу (1.30) видно, що для знаходження вектора $\psi_i(t)$ необхідно знати $\bar{\psi}(t+\tau)$, а це суттєво ускладнює знаходження оптимального управління. Для лінійних автономних систем управління (1.28) можна записати в матричному вигляді наступним чином:

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + A_1\bar{y} + B\bar{u},$$

(1.31)

де A — матриця коефіцієнтів $\|a_{ij}^1\|$ ($i, j = \overline{1, n}$); A_1 — матриця коефіцієнтів $\|a_{ij}^1\|$ ($i = \overline{1, n}; k = \overline{1, m}; m \leq n$); B - матриця коефіцієнтів $\|b_{ij}\|$ ($i = \overline{1, n}; l = \overline{1, r}; r \leq n$).

Тоді в разі відомої функції $\bar{\psi}(t)$ оптимальне управління визначається з умови мінімуму гамильтоніана H , який матиме вигляд

$$H = k + \sum_{k=1}^r |u_k| + \langle A\bar{x}, \bar{\psi} \rangle + \langle \bar{u}, B^T \bar{\psi} \rangle.$$

позначимо через q_k елементи вектора $B^T \bar{\psi}$. Тоді управління, абсолютно мінімізує гамильтоніан H , можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} u_k^*(t) &= 0, & \text{якщо } |q_k| < 1; \\ u_k^*(t) &= -\text{sign}\{q_k\}, & \text{якщо } |q_k| > 1. \end{aligned}$$

Обмежимося надалі розглядом випадку двовимірною фазового простору. Це обумовлено, з одного боку, широким використанням диференціальних рівнянь другого порядку для опису або апроксимації динаміки реальних об'єктів і технологічних процесів, з іншого боку, можливістю вирішувати пов'язану систему з випереджаючим аргументом.

Для аналізу особливостей синтезу таких систем розглянемо наступний окремий випадок системи (1.31) при наступних значеннях коефіцієнтів

$$a_{ij} = 0 \quad (i,j=1,2); \quad a_{11}^1 = a_{21}^1 = a_{22}^1 = 0; \quad a_{12}^1 = 1;$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

На основі гамільтоніана

$$H = k + |u| + \psi_1(t)x_2(t-\tau) + \psi_2(t)u(t)$$

(1.32)

отримуємо пов'язану систему

$$\begin{aligned} \square \\ \psi_1 &= 0 \quad (t_0 \leq t \leq t_k); \\ \square \\ \psi_2 &= -\psi_1(t+\tau) \quad (t_0 \leq t \leq t_k - \tau); \\ \square \\ \psi_2 &= 0 \quad (t_k - \tau \leq t \leq t_k), \end{aligned}$$

рішеннями якої будуть вирази

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \psi_{10}; \quad (t_0 \leq t \leq t_k); \\ \psi_2 &= -\psi_{10}t + \psi_{20}; \quad (t_0 \leq t \leq t_k - \tau); \\ \psi_2 &= -\psi_{10}t_k + \psi_2 = \text{const} \quad (t_k - \tau \leq t \leq t_k). \end{aligned}$$

(1.33)

Виходячи з гамільтониана (1.32), оптимальним керуванням є

$$u^*(t) = -\text{sign}\{\psi_2\} \quad \text{при } |\psi_2| > 1;$$

(1.34)

$$u^*(t) = 0 \quad \text{при } |\psi_2| < 1.$$

(1.35)

Необхідно з початкової точки $x_1(t_0) = x_{10}; x_2(t) = \varphi(t)$ при $t_0 - \tau \leq t \leq t_0$ потрапити в кінцеву $x_1(t_k), x_2(t_k)$ так, щоб значення $u(t)$ мінімізувало

функціонал, де $r = 1$. Для спрощення викладок, не втрачаючи спільності рішення, приймемо $x_1(t_k) = x_2(t_k) = 0$ і $t_0 = 0$.

Очевидно, для збереження усталеного руху системи при $t \geq t_k$ умова рівноваги системи визначиться як $x_2(t) = 0(t_k - \tau \leq t \leq t_k); u(t) \equiv 0$.

Для знаходження оптимальних кривих управління використовується зворотній час $z = t_k - t$ з «зшивкою» відповідних інтервалів руху системи (рис. 1.2 і рис. 1.3) з урахуванням вимог, що накладаються на початковий і кінцевий стани. Тоді система (1.30) для даного випадку запишеться у вигляді

$$\begin{aligned} \square \\ x_1(z) &= -x_2(z + \tau); \\ \square \\ x_2(z) &= -u(z), \end{aligned}$$

(1.36)

причому

$$x_2(z) = 0 \quad (0 \leq z \leq \tau);$$

(1.37)

$$x_2(z) = \varphi(t_k - z)(t_k \leq z \leq t_k + \tau).$$

(1.38)

На підставі виразів (1.36) — (1.38) робимо висновок, що оптимальною в загальному випадку є послідовність управлінь $u_0, 0, -u_0 (u_0 = \pm 1)$, де зміна значення управління відбувається в момент z_1 і z_2 . Тоді при русі (1.36) з початку координат з урахуванням (1.37) і (1.38) отримаємо наступні рівняння:

$$x_2(z) = -u_0 z + u_0 \tau \quad (\tau \leq z \leq z_1);$$

(1.39)

$$x_2(z) = -u_0 z_1 + u_0 \tau \quad (z_1 \leq z \leq z_2);$$

(1.40)

$$x_2(z) = u_0 z - u_0 (z_1 + z_2 - \tau) \quad (z_2 \leq z \leq t_k);$$

(1.41)

$$x_1(z) = \frac{u_0 z^2}{2} \quad (0 \leq z \leq z_1 - \tau);$$

(1.42)

$$x_1(z) = \frac{u_0(z+\tau)^2}{2} + u_0(z_1 + z_2 - \tau)z + \frac{u_0 \tau^2}{2} - \frac{u_0(z_1 - \tau)^2}{2} - \frac{u_0(z_2 - \tau)^2}{2}$$

$$(z_2 - \tau \leq z \leq t_k - \tau).$$

(1.43)

Вирішуючи спільно вираження (1.37) і (1.42) для моменту часу $z = z_1$ знаходимо оптимальну криву перемикання γ_2 (Рис. 1.4) з нульового значення управління на $+u_0$:

$$x_1 = \frac{1}{2u} x_2^2 - x_2 \tau$$

(1.44)

за умови, що $z_2 - z_1 \geq \tau$. Використовуючи рівність гамильтониана нулю уздовж оптимальної траєкторії, а також рівність $\psi_2(z_2) - \psi_2(z_1) = \{\psi_{10}(z_2 - z_1) = 2u_0\}$, Знаходимо, що

$$z_2 - z_1 = -\frac{2x_2 u_0}{k}$$

(1.45)

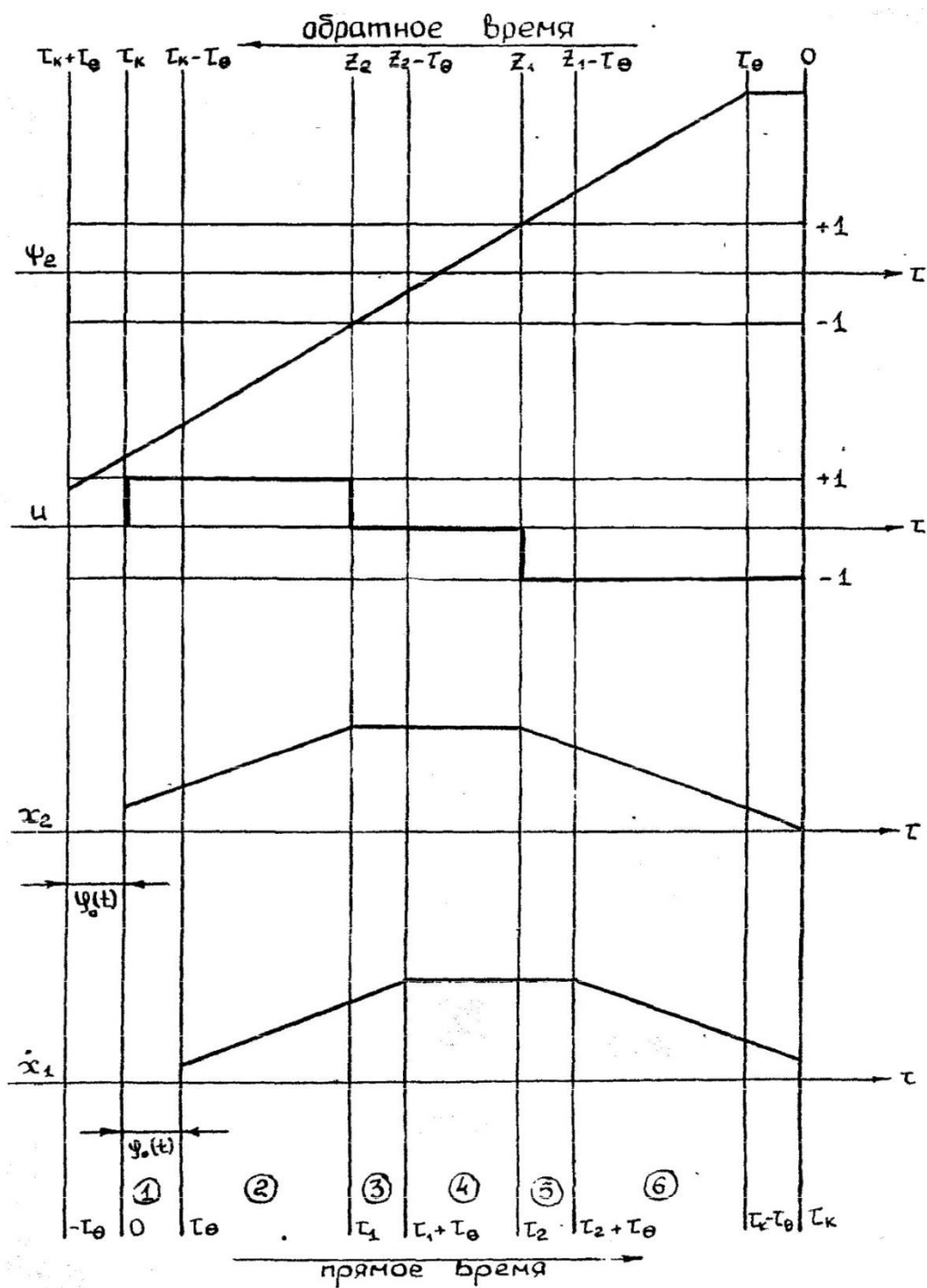


Рисунок 1.2 — Діаграма інтервалів руху при $\tau_2 - \tau_1 > \tau_\theta$

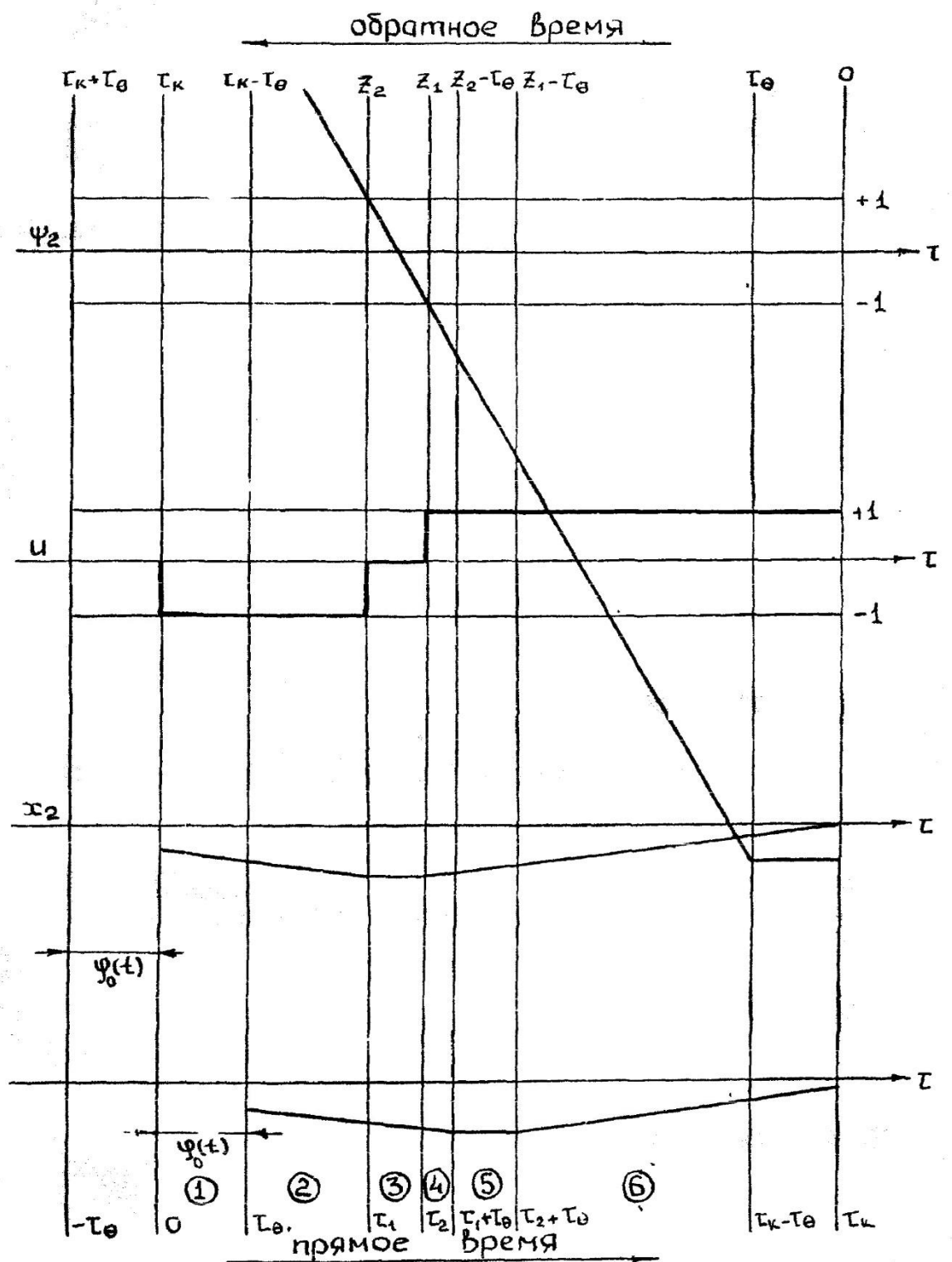


Рисунок 1.3 — Диаграмма интервалів руху системи при $\tau_2 - \tau_1 > \tau_\theta$

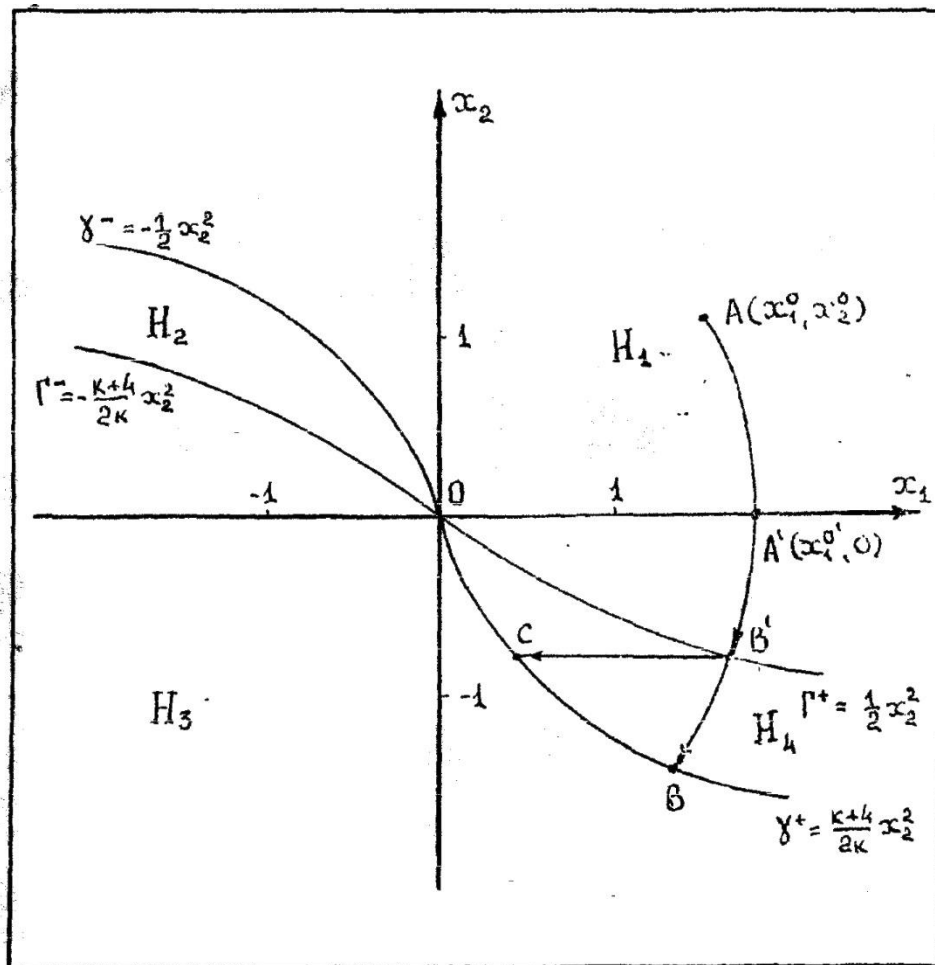


Рисунок 1.4 — Фазовий проект оптимального руху системи з наслідком

Тоді, вирішуючи спільно вираження (1.37), (1.43) і (1.45) для моменту часу $z = z_1$, знаходимо оптимальну криву перемикання γ_2 (Рис. 1.4) з нульового значення управління на $+u_0$:

$$x_1 = \frac{k^2 - 4}{2uk^2} x_2^2 - x_2 \tau \left(1 + \frac{2}{k}\right) - \frac{u_0 \tau^2}{2},$$

(1.46)

справедливу при $z_2 - z_1 \geq \tau$, або, порівнюючи вирази (1.43) і (1.46) для

$$x_2 \leq -\frac{k\tau}{2u_0}.$$

Для моменту часу $z = z_2$, коли відбувається перемикання управління - u_0 на нульове значення, на відміну від моменту часу $z = z_1$ існує єдина оптимальна крива перемикання δ (Рис 1.4), що визначається спільним рішенням управління:

$$x_1 = \frac{k+4}{2uk_0} x_2^2 - x_2 \tau - \frac{u_0 \tau^2}{2}.$$

(1.47)

наявність запізнювання τ призводить до утворення неоптимальних областей, з яких при даній початковій функції не можна потрапити в початок координат за два перемикання. Розташування однієї з них на фазовій площині відповідає на рисунку заштрихованій області, друга симетрична першій щодо початку координат. Межі неоптимальних областей знаходяться як геометричне місце точок фазової площини, з яких з точка досягає за час $t = \tau$ траєкторії вимушеного руху розглянутої системи лінії АК (див. рис. 1.4), управління якої записується у вигляді

$$x_1 = \frac{1}{2u_0} (x_2 - u_0 \tau)^2.$$

На рисунку 1.4 показані траєкторії руху, що зображують точки в фазовій площині для інтегрування в реальному часі і за умови $\varphi(t) = x_2(t_0) = x_{20}$ ($t_0 - \tau \leq t \leq t_0$). Результати моделювання на ЕОМ отримані при значеннях параметрів $k = 3$ і $\tau = 0.4$.

1.3.2 Вирішення задачі оптимізації управління за витратою палива динамічними системами на основі методів математичного програмування

Метод динамічного програмування призначений для завдань, вирішення яких може бути представлено як деяка багатокрокова операція, тобто послідовність однотипних кроків. Рішення на кожному кроці приймається з урахуванням результатів попередніх кроків, а також з урахуванням наслідків прийнятого рішення для наступних кроків.

До числа завдань, для яких може застосовуватися метод динамічного програмування, відноситься більшість завдань планування на кілька періодів часу (наприклад, на кілька років). Кроком в таких завданнях є один плановий період (наприклад, один рік). Метод

динамічного програмування застосовується також для багатьох завдань, в яких є можливість штучно уявити процес прийняття рішення як послідовність з декількох однотипних кроків.

Загальна постановка задачі, розв'язуваної методом динамічного програмування, наступна. Є деяка операція, яка перебуває в початковому стані S_0 . Операція реалізується за N кроків. На кожному кроці приймається деяке рішення U_k , де k - номер кроку ($k = 1, \dots, N$). Вибір кожного рішення U_k викликає перехід операції зі стану S_{k-1} в новий стан S_k , а також забезпечує деяке значення критерію ефективності Z_k . потрібно виділити послідовність рішень U_1, U_2, \dots, U_k , що забезпечують екстремальне (максимальне або мінімальне) значення загального критерію ефективності E , залежить від значень критерію ефективності на окремих кроках Z_1, Z_2, \dots, Z_k .

В літературі по динамічному програмуванню замість терміна "рішення" зазвичай використовується термін "управління".

Основний принцип вирішення завдань на основі методу динамічного програмування (принцип оптимальності, або принцип Беллмана) полягає в наступному: рішення на кожному кроці вибирається таким чином, щоб забезпечити максимальну ефективність на даному етапі і на всіх наступних кроках.

Завдання, представлено у вигляді багатокрокової операції, може бути вирішено методом динамічного програмування, якщо воно задовольняє наступним властивостям:

- відсутність післядії: стан операції по закінченні кожного кроку (S_k) і критерій ефективності на кожному кроці (Z_k) залежать тільки від рішення, прийнятого на даному етапі (U_k), і від стану операції на початку цього кроку (S_{k-1}), і не залежать від того, яким чином операція перейшла в стан S_{k-1} ;

- адитивність або мультиплікативність критерію ефективності: загальний критерій ефективності є сумою критеріїв ефективності на

окремих кроках ($E = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_N$) або їх рівняння ($E = Z_1 \cdot Z_2 \cdot \dots \cdot Z_N$).

Рішення задач динамічного програмування зазвичай включає два цикли: спочатку - від останнього кроку до першого (зворотний прогін, або умовна оптимізація), потім - від першого кроку до останнього (прямий прогін, або безумовна оптимізація).

У циклі умовної оптимізації для кожного кроку знаходиться безліч можливих станів операції на початку цього кроку. Для кожного з цих станів знаходиться умовно оптимальне рішення, тобто рішення, оптимальне для даного стану. Пошук умовно оптимальних рішень починається з останнього (N -го) кроку, так як на цьому етапі є можливість вибирати рішення тільки з урахуванням ефективності на даному етапі (подальших кроків немає). Потім на інших кроках ($N-1$ -м, $N-2$ -м, ..., першому) умовно оптимальні рішення вибираються відповідно до принципу оптимальності, тобто з урахуванням ефективності на даному етапі і на наступних кроках. На всіх етапах від N -го до другого визначається кілька умовно оптимальних рішень - по одному для кожного можливого стану. Для першого кроку початковий стан (S_0) зазвичай відомо точно, тому для цього кроку знаходиться тільки одне (безумовно оптимальне) рішення U_1^* .

У циклі безумовної оптимізації для кожного кроку визначається безумовно оптимальне рішення. Пошук безумовно оптимальних рішень починається з першого кроку, так як для нього відомо початковий стан S_0 , тому можна визначити єдине (безумовно оптимальне) рішення U_1^* . Визначається стан S_1 , в який переходить операція зі стану S_0 в результаті вирішення U_1^* , тобто стан на початку другого кроку. Для нього в циклі умовної оптимізації вже знайдено оптимальне рішення U_2^* . Визначається стан операції на початку третього кроку — стан S_2 , в який операція переходить в результаті рішення U_2^* . Для цього стану в циклі умовної оптимізації також знайдено оптимальне рішення U_3^* .

аналогічно визначаються безумовно оптимальні рішення для наступних кроків.

Важливо відзначити, що для методу динамічного програмування не існує обчислювальної процедури, однакової для всіх завдань (на відміну, наприклад, від симплекс-методу). Це означає, що правила обчислень, складання таблиць і т.д. повністю залежать від конкретного завдання. Спільними є лише основні принципи рішення: принцип оптимальності, рішення задачі з використанням умовної і безумовної оптимізації.

1.3.3 Метод прогнозованого оптимального за витратою палива управління системами з запізненням

Використання передаточної або імпульсної перехідної функцій при синтезі оптимального регулятора в детермінованій оптимізаційній задачі пов'язано з серйозними труднощами що до її вирішення, а отже, технічній реалізуємості оптимального регулятора.

Цих труднощі вдається уникнути, якщо критерій якості для детермінованих впливів задати в такій формі:

при відсутності обмежень на керуючий вплив u

$$J = \int_0^{\infty} [q e^2(t) + r u^2(t)] dt,$$

(1.48)

при наявності обмежень $(u \leq U_{\max})$

$$J = \int_0^{\infty} [e^2(t) dt + \mu u^2(t)] dt - \mu U_{\max}^2,$$

(1.49)

де q і r — вагові коефіцієнти, μ — множник Лагранжа, які знаходять в процесі виконання завдання.

Нехай дана система $\dot{x} = f(x, u, t)$, яка може описувати динаміку польоту, а функція управління u є тягою, яка додається до об'єкта

польоту. Очевидно, що u буде визначатися величиною зміни витрати палива, тоді критерій якості системи можна представити у вигляді функціоналу

$$j = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^r |u_i(t)| dt ,$$

(1.50)

що характеризує загальну витрату палива.

Завдання управління може бути в цьому випадку сформульовано таким чином. Необхідно знайти $u(t)$, що переводить системи з положення x_1 при t_1 в x_2 при t_2 таким чином, щоб витрата палива була мінімальною.

Нехай об'єкт описується рівнянням $\ddot{x} = u$, де $|u(t)| \leq 1$. Задача регулятора – перевести об'єкт з довільної точки x_0 в початок координат за час T , забезпечивши при цьому мінімум функціоналу

$$j = \int_0^T |u(t)| dt \quad (1.51)$$

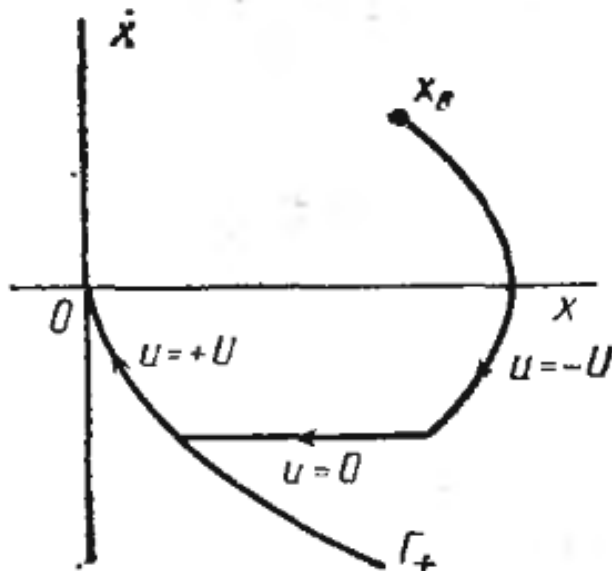


Рисунок 1.5 — Оптимальна по витраті палива траєкторія руху об'єкта управління

У наведеній задачі важливу роль має верхня межа функціоналу. Якщо T менше t^* , де t^* відповідає мінімально можливому часу досягнення початку координат з точки x_0 , то рішення задачі не існує. Таким чином необхідно, щоб виконувалася умова $T \geq t^*$. Крім того час

T повинен бути обмеженим. функціонал виду $\int_0^{\infty} |u(t)|$, позбавлений сенсу

при деяких початкових умовах. Далі, якщо \dot{x} і x — координати фазової площини, то навіть при $u(t) \equiv 0$ зображується точка з положення x_0 в четвертому квадранті буде переміщатися по горизонталі наліво, а у другому квадранті — направо. Нехай точка, що зображується x_0 розташована на позитивній осі x . Для її переміщення в початок координат необхідно докласти мале негативне управління $u(t)$. Тоді точка, що зображується буде рухатися під віссю до початку координат з нескінченно малою швидкістю. Коли вона досягне точки нижче початку координат, необхідно створити нескінченно малий приріст $u(t)$ в позитивному напрямку, щоб точка, що зображується потрапила в початок координат. Витрата палива в цьому випадку, очевидно, може бути скільки завгодно малою.

РОЗДІЛ 2

СИНТЕЗ ПРОГНОЗОВАНОГО ОПТИМАЛЬНОГО ЗА ВИТРАТОЮ ПАЛИВА РЕГУЛЯТОРА СИСТЕМОЮ ТРЕТЬОГО ПОРЯДКУ С ЗАПІЗНЕННЯМ

2.1 Структурна властивість оптимальних за витратою палива динамічних процесів з післядією

Першочерговим завданням при розробці і дослідженні алгоритмів управління є віднесення досліджуваного об'єкта до певного класу, так як від цього багато в чому залежить вибір того чи іншого методу синтезу оптимального управління. При цьому необхідно враховувати такі особливості об'єкта, як наявність або відсутність запізнювання, лінійність і нелінійність характеристик, стаціонарність або нестаціонарність параметрів об'єкта, його структура, спостереження координат об'єкту і збурень, рівень і характер випадкових перешкод, і ряд інших чинників.

Розглядаючи особливості об'єктів управління, слід зазначити, що принципово всі об'єкти нестаціонарні. Однак досвід експлуатації регуляторів з фіксованими настройками показує, що для значного класу об'єктів нестаціонарність параметрів слабо виражена або носить періодичний характер з невеликими коливаннями близько деякого середнього рівня, на який налаштовується регулятор. Це дозволяє розглядати такі об'єкти, як квазістаціонарні і розраховувати параметри регуляторів для номінальних (середніх) значень характеристик об'єкта управління.

Обурення, що діють на об'єкт, можна умовно розділити на детерміновані і стохастичні. В обох випадках бажано заміряти ці обурення або знати їх статистичні характеристики, що на практиці не завжди можливо. В практиці керування однією з основних задач

регулятора є відпрацювання зовнішніх збурень. Імпульсні збурення зводяться фактично до відпрацювання ненульових початкових умов. В цьому випадку в системі існує тільки власний рух, що визначається динамічними властивостями об'єкта структурою і параметрами регулятора. Це дуже важливий вид руху дозволяє оцінити стійкість і якість динамічних процесів в замкнутій системі управління.

При зміні навантаження на технологічний агрегат діють обурення у вигляді східчастих функцій часу. Багато безперервних функцій часу довільного виду також можна апроксимувати за допомогою серії східчастих функцій часу. В цьому випадку потрібно астатичний (ізодромний) регулятор, який має задану динаміку відпрацювання таких збурень. Часто амплітуду ступеневого обурення заміряти не представляється можливим.

Врахуємо, що більшість об'єктів мають високий порядок зі значним числом неспостережуваних координат, але багато з них можна описати диференціальним рівнянням першого, другого або третього порядку з запізненням, яке враховує малі постійні часу об'єкта. Цей прийом повністю виправдав себе практикою розрахунку параметрів типових регуляторів для промислових об'єктів по їх кривим розгону [2].

Слід зазначати, що опис промислових об'єктів як об'єкти того або іншого порядку ще залежить від конкретного випадку, від мети і завдання регулювання, від специфічних характер регульованих величин. Наприклад, для регулювання величин, що не вимагають високої точності або допускають достатньо великої зони коливання вихідного сигналу, то досить описати ці об'єкти як об'єкт першого або другого порядку, що набагато спрощує процес синтезу і розрахунку систем управління.

Спочатку розглянемо типові моделі 1-ого порядку для об'єктів з запізненням в управлінні h_{yi} (або) вимірі h_i . На практиці важко виділити ці складові запізнювання, до того ж на динаміку одновимірної системи впливає тільки сумарне запізнювання h в об'єкті щодо його входу і

виходу. У зв'язку з цим передавальна функція об'єкта управління може бути записана у вигляді:

$$W(p) = \frac{Ke^{-hp}}{Tp+1}, \quad (2.1)$$

де K , T , h — коефіцієнт посилення, постійна часу і сумарне запізнювання об'єкта по каналах управління і вимірювання. Коефіцієнт посилення може використовуватися як в розмірній, так і безрозмірній формі (% /%). При використанні розмірної форми вхідні і вихідні сигнали, що вводяться в регулятор повинні масштабуватися таким чином, щоб внутрішні сигнали в регуляторі змінювалися від 0 до 100%.

З огляду на цифрову реалізацію регуляторів, перейдемо до дискретного опису динаміки моделі об'єкта управління. Для цього задамо величину періоду квантування (опитування) T_k , з якою буде працювати даний регулятор. Рекомендується вибирати значення T_k близьке до величини $T_{95} / 15$ [3], хоча це не жорстка вимога. Для отримання максимально простої структури регулятора і простих розрахункових формул виберемо спочатку таке значення T_k , щоб воно було кратно величині запізнювання h , тобто $M = h/T_k$ — ціле число, де M це кількість елементарних блоків затримки сигналу на один період квантування в ланці запізнювання. Тоді, перейшовши до дискретного часу $t = kT_k$, Отримаємо диференційно-різницеві рівняння моделі об'єкта з запізненням [3]:

$$x(k+1) = a_m x(k) + b_m u(k-M), \quad (2.2)$$

де $a_m = \exp(-T_k/T)$, $b_m = K(1-a)$, $k = 0, 1, 2, \dots$ - номер періоду квантування.

Якщо обраний період квантування некротен величині запізнювання, то, застосовуючи модифіковане Z-перетворення, і використовуючи результат, отриманий в [4], маємо опис об'єкта в простір стану вхід-вихід:

$$x(k+1) = a_m x(k) + b_1 u(k-M) + b_2 u(k-M-1) \quad (2.3)$$

Динамічною моделлю об'єкта є інерційна модель другого порядку із запізненням в управлінні і (або) вимірі. Передавальна функція такої моделі має вигляд:

$$W(p) = \frac{K e^{-\tau p}}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}, \quad (3.4)$$

де K — коефіцієнт посилення, T_1, T_2 — постійні часу, τ — еквівалентна величина запізнювання в об'єкті по каналу управління і вимірювання. Коефіцієнт посилення може використовуватися як в розмірній, так і безрозмірній формі (% / %).

Введемо позначення: T_K — період квантування, $\tau/T_K = M + c$ - відношення запізнювання до періоду квантування, причому M — ціла частина, c — дрібна частина відносин. Величину M будемо також називати числом тактів запізнювання або величиною затримки в об'єкті в періодах квантування.

Якщо період квантування не кратний величині запізнювання, то, застосовуючи модифіковане Z-перетворення [1] до передавальної функції (2.4), отримаємо опис динаміки об'єкта в координатах вхід $u(k)$ - вихід $y(k)$:

$$y(k) = a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + b_1 u(k-1-M) + b_2 u(k-2-M) + b_3 u(k-3-M), \quad (2.5)$$

де коефіцієнти об'єкта обчислюються за формулами:

$$\begin{cases} d_1 = e^{-T_K/T_1}, d_2 = e^{-T_K/T_2}; \\ a_1 = d_1 + d_2, a_2 = -d_1 \cdot d_2, B = \frac{K}{T_1 - T_2}; \\ b_1 = B \cdot (T_1(1 - d_1^{1-c}) - T_2(1 - d_2^{1-c})); \\ b_2 = -B \cdot (a_1(T_1 - T_2) + T_2 d_2^{1-c}(1 + d_1) - T_1 d_1^{1-c}(1 + d_2)); \\ b_3 = -B d_1 d_2 \cdot (T_2(1 - d_2^{-c}) - T_1(1 - d_1^{-c})). \end{cases} \quad (2.6)$$

Описати динаміку об'єкта другого порядку можна і в просторі станів, наприклад, в канонічній формі спостережливості [8]:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = a_1 x_1(k) + x_2(k) + b_1 u(k); \\ x_2(k+1) = a_2 x_1(k) + x_3(k) + b_2 u(k); \\ x_3(k+1) = b_3 u(k). \end{cases} \quad (2.7)$$

тут $x_1(k)$ - вихід об'єкта, $x_2(k)$ і $x_3(k)$ - недоступні для вимірювання внутрішні змінні об'єкта. Зручність цього опису полягає в тому, що в ньому використовуються ті ж коефіцієнти, що і в моделі об'єкта. Крім цього, як показали розрахунки, тільки використання цієї моделі дозволяє отримати рекурентні формули для обчислення коефіцієнтів спостерігача повного порядку.

За допомогою модифікованого Z-перетворення отримуємо дискретний опис для об'єкта третього порядку із запізненням в координатах вхід-вихід:

$$\begin{aligned} y[k] = & a_1 y[k-1] + a_2 y[k-2] + a_3 y[k-3] + b_1 u[k-1-M] + \\ & + b_2 u[k-2-M] + b_3 u[k-3-M] + b_4 u[k-4-M], \end{aligned} \quad (2.8)$$

де:

$$\begin{cases} a = 1/T_1; b = 1/T_2; d = 1/T_3; h/T_k = M + c; m = 1 - c; \\ \alpha = \exp(-aT_k); \beta = \exp(-bT_k); \gamma = \exp(-dT_k); \\ A = bd \exp(amT_k)/(b-a)/(d-a); \\ B = ad \exp(-bmT_k)/(d-b)/(a-b); \\ D = ab \exp(-dmT_k)/(a-d)/(b-d); \\ a_1 = \alpha + \beta + \gamma; \\ a_2 = -(\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma); \\ a_3 = \alpha\beta\gamma; b_1 = K(1-A-B-D); \\ b_2 = K(1-A-B-D); \\ b_2 = K(A(\beta + \gamma) + B(\alpha + \gamma) + D(\alpha + \beta) - a_1 + 1) - b_1; \\ b_3 = -b_1 - b_2 + b_4 + K(1-a_2-a_1-a_3); \\ b_4 = K(A\beta\gamma + B\alpha\gamma + D\alpha\beta - a_3). \end{cases}$$

(2.9)

Системи рівнянь (2.5) і (2.7) описують динаміку і більш складні об'єкти управління:

— коливальна ланка виду:

$$W(p) = \frac{K(T_d p + 1)e^{-\tau p}}{T_1 p^2 + 2\xi T p + 1}, \quad (2.10)$$

— не мінімально-фазова ланка виду:

$$W(p) = \frac{K(1 - T_d p)e^{-\tau p}}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \quad (2.11)$$

Коефіцієнти опису для цих передавальних функцій також можуть бути отримані за допомогою модифікованого Z - перетворення.

Відзначимо, що об'єкт типу (2.8) буде використовувати також в якості базового при дослідженні цифрових систем управління на ЕОМ.

2.2 Синтез алгоритму оптимального за витратою палива управління системою другого порядку з запізненням

В даний час відомо кілька методів синтезу оптимальних за швидкодією систем управління об'єктами з запізненням [6]. Широко застосовують метод, заснований на компенсації тимчасового запізнювання в оптимальних системах за методом Р. Бесса. Сутність його полягає в тому, що для компенсації запізнювання в оптимальних системах при побудові функції аргументу управління вноситься випередження на τ тим, щоб керуючий вплив системи з запізненням і тієї ж системи без запізнювання збігалися. У математичній інтерпретації це означає, що в фазовому просторі поверхня управління, упереджувальна за часом на τ поверхню перемикання, будується по заданій поверхні перемикання тієї ж системи без запізнювання.

Координати стану компенсованої системи \tilde{x}_i можуть бути представлені у вигляді лінійних комбінацій поточних координат x_i , Вагові коефіцієнти яких залежать від часу запізнювання. Звідси випливає, що нелінійні пристрої, що реалізують оптимальний алгоритм в системі з запізненням, можуть залишатися тими же, що і в системі без запізнювання, якщо на його входи замість поточних значень координат x_i подавати їх лінійні комбінації.

Можна дати в загальному вигляді наступну геометричну інтерпретацію методу Бессі. Нехай рівняння оптимальної поверхні перемикання при відсутності запізнювання в системі відомо і має вигляд:

$$\Phi(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \quad x \in X^n \quad (2.12)$$

Вважаючи, що функцію Φ можна вирішити щодо одного зі своїх аргументів $x_1, x_2 \dots x_n$, наприклад x_1 , запишемо (2.12) як

$$x_1 + f(x_2, x_3, \dots, x_n) = 0, \quad x \in X^n \quad (2.13)$$

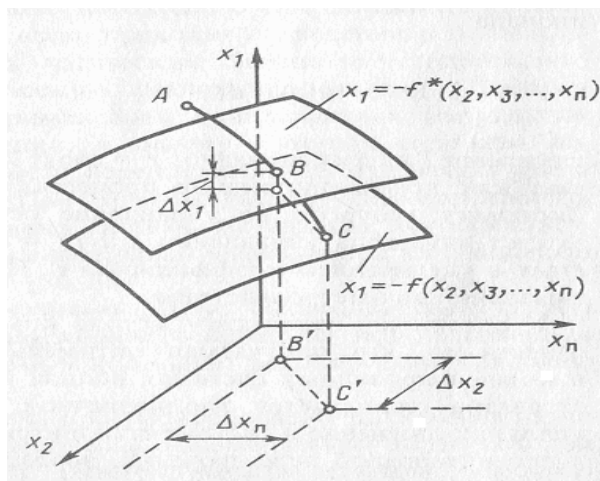


Рисунок 2.1 – Геометрична інтерпретація методу Бессі

Якщо ж в системі є запізнювання τ , то оптимальна поверхня в цьому випадку представляє собою геометричне місце точок, з яких через час τ при вимушеному русі системи точка, що зображується переходить

на поверхню (2.13). Рівняння оптимальної поверхні перемикавання компенсованої системи в цьому випадку має вигляд

$$\Phi^*(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \quad x \in X^n, \quad (2.14)$$

або

$$x_1 + f^*(x_2, x_3, \dots, x_n) = 0, \quad x \in X^n. \quad (2.15)$$

Якщо позначити відстань між проекціями точок В і С на осях x_1, x_2, \dots, x_n через $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ відповідно, то не важко помітити, що $\Delta x_i, i = \overline{1, n}$ є функціями часу запізнювання τ , а величини $\tilde{x}_i = x_i + \Delta x_i, i = \overline{1, n}$ - значеннями координат, що характеризують стан системи через час τ .

З геометричних міркувань маємо

$$x_1 - f^*(x_2, x_3, \dots, x_n, m) = \Delta x_1 - f^*(x_2 + \Delta x_2, x_3 + \Delta x_3, \dots, x_n + \Delta x_n), \quad (2.16)$$

або

$$\Phi^*(x_1, x_2, \dots, x_n) = \Phi^*(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, x_3 + \Delta x_3, \dots, x_n + \Delta x_n). \quad (2.17)$$

Рівняння (2.12), (2.13) є загальним для визначення Φ^* по заданій функції Φ . Для цього досить визначити величини $\Delta x_i(\tau), i = \overline{1, n}$, А потім підставити майбутні значення координат системи $x_i + \Delta x_i$ в рівняння поверхні перемикавання системи без запізнювання.

До основного недоліку методу компенсації запізнювання слід віднести те, що отримується оптимальна поверхня перемикавання в компенсованих системах поблизу початку координат фазового простору виявляється неоднозначним. При певних початкових умовах рух в системі стає неоптимальним: збільшується число інтервалів перемикавання, зростає час перехідного процесу, при цьому відхилення фазової траєкторії від оптимальної може бути істотним і різним, але оцінити його

заздалегідь складно. Позбутися від цього недоліку можна лише шляхом використання при синтезі оптимальних систем спеціальних підходів.

Компенсація запізнювання за методом Бессі без порушення оптимальності фазової траєкторії можлива тільки в тому випадку, коли область, в якій система втрачає ознаки оптимальної, дорівнює нулю для кожного інтервалу управління. Ця вимога рівнозначна умові:

$$t_j \geq \tau, \quad j = \overline{1, n},$$

(2.18)

де t_j — тривалість j -го інтервалу управління.

Існує метод, суть якого полягає в штучному збільшенні інтервалів управління з тривалістю $t_j \leq \tau$. Завдання зводиться до знаходження на цих інтервалах такої функції управління $u_i = \varphi_i(x)$, Реалізація якої забезпечує $t_j = \tau$ при тих же початкових і кінцевих умовах для фазових координат на цих інтервалах, знайдених для оптимального управління без компенсації.

Таким чином, при компенсації запізнювання в оптимальних системах за методом Бессі до звичайних обмежень по фазовим координатам керуючому впливу необхідно ще додавати обмеження виду (2.18). Ця обставина призводить до введення в оптимальний регулятор додаткових логічних блоків і пристроїв, що істотно ускладнює технічну реалізацію системи. Тому на практиці обмежуються застосуванням наближених (квазіоптимальних) алгоритмів управління, в основу яких покладено лінійну апроксимацію поверхні перемикання поблизу початку координат фазового простору. При цьому повністю компенсувати вплив запізнювання на динаміку системи не вдається, хоча амплітуда виникаючих автоколивань значно зменшується в порівнянні з некомпенсованою системою.

Інший підхід до синтезу оптимальних за швидкодією систем управління об'єктами з запізненням заснований на використанні в законі управління прогнозованих координат регульованої величини і її похідних.

Розглянемо задачу прогнозованого оптимального за швидкодією керування системою, незмінна частина якої складається з ланки запізнювання, інтегруючої і аперіодичної ланок, включених послідовно. В основу запропонованого методу синтезу покладено оптимальний за швидкодією закон управління подібною системою без запізнювання, в якому замість поточних координат об'єкту використовується їх прогнозовані значення. При цьому останні визначаються шляхом рішення щодо фазових координат (при відомих початкових умовах) рівняння, що описує стан системи без урахування запізнювання.

Недоліком цього методу є необхідність моделювання запізнювання і проведення операцій диференціювання, а також велике число настроювальних елементів. Крім того, при управлінні об'єктами з невеликим самовирівнюванням деякі коефіцієнти приймають неприпустимо великі значення, тож рекомендується при реалізації системи сигнал по похідній від регульованої величини в законі управління не використовувати. У цьому випадку керуючий вплив регулятора є функцією лише двох сигналів – сигналу від регульованої величини і сигналу додаткового нелінійного динамічного зворотного зв'язку. Як показали дослідження, застосування такого регулятора дозволяє приблизно в два рази збільшити швидкодію системи.

Розглянемо об'єкт управління, описуваний рівнянням виду

$$a = U(t - \tau), \quad (2.19)$$

а оптимальний за швидкодією регулятор - рівнянням

$$u(t) = -U_{max} \operatorname{sign} \left(x_n + \frac{\dot{x}_n |\dot{x}_n|}{2} a \right), \quad (2.20)$$

де прогнозовані координати отримані через поточні значення координат об'єкту управління x_t і \dot{x}_t

$$\begin{cases} x_n = \frac{1}{ap^2} [1 - e^{-p\tau} - e^{-p\tau} p\tau] u + x_t + x_t \tau; \\ \dot{x}_n = \frac{1}{ap^2} [1 - e^{-p\tau}] \end{cases}$$

(2.21)

Показано [6], що для забезпечення стійкості в такій системі в передавальних функціях

$$\begin{cases} g_x(p) = [1 - e^{-p\tau} - e^{-p\tau} p\tau] \\ g_{\dot{x}}(p) = [1 - e^{-p\tau}] \end{cases}$$

(2.22)

необхідно мати ідеальну ланку запізнювання і диференціатор.

Для об'єктів, що описуються рівняннями виду:

$$a + x = u(t - \tau); a_1 x + a_2 \dot{x} + a_3 \ddot{x} = u(t - \tau)$$

(2.23)

передавальні функції оптимальної системи $g_x(p)$ і $g_{\dot{x}}(p)$ повинні також складатися з ідеальних ланок запізнювання і диференціювання, реалізація яких викликає певні складнощі. Однак передавальні функції $g_x(p)$ і $g_{\dot{x}}(p)$ можна легко реалізувати, якщо використовувати логічний блок, який формує імпульс тривалістю τ і дельта-функцію, помножену на τ . При цьому, для формування імпульсу тривалістю τ необхідно мати реле часу, а для формування дельта-функції - імпульсний пристрій. У якості керованих моделей $1/ap^2$ і $1/ap$ можна використовувати пасивні та активні РС - фільтри. У разі керування об'єктом n -го порядку із запізненням логічний блок повинен при перемиканні управління формувати n імпульсів для управління відповідними моделями. Згідно з результатами дослідження запропонований метод реалізації оптимального за швидкодією прогнозованого управління дозволяє зменшити амплітуду виникаючих в системі з запізненням автоколивань приблизно в 3-4 рази.

Також для оптимального управління лінійними об'єктами із запізненням використовуються ітераційні методи і, зокрема, управління з прогнозуванням на швидкодіючих аналогових машинах. Відмітна особливість такого підходу – отримання в прискореному масштабі часу майбутніх станів системи і вибір на їх підставі оптимальних керуючих впливів. У момент перемикання в системі встановлюється проходження однієї з сімейства прогнозованих траєкторій через початок координат фазової площини, що фіксується логічним пристроєм, що видає команду на реверс об'єкта. Таким чином, якщо компенсація тимчасового запізнювання за методом Бессі здійснюється попередження наг реверсуванні системи (що практично важко здійснимо в силу неоднозначності нової лінії перемикання), то в запропонованій системі запізнювання компенсують зміною граничних умов, на відповідність яким перевіряються прогнозовані фазові траєкторії.

Розглянемо метод синтезу оптимальних за швидкодією систем управління об'єктами з запізненням, запропонований А.Т.Фуллером. Розглянемо лінійні об'єкти, що містять ланки чистого запізнювання в каналі управління. Рівняння досліджуваних об'єктів

$$\frac{dX}{dt} = AX + Bv,$$

(2.24)

де A і B — матриці стану та управління розмірністю $n \times n$ і $1 \times n$ відповідно;

$$V = \begin{cases} \Phi_0(t - \tau), & 0 \leq t \leq \tau \\ u(t - \tau), & \tau \leq t \leq \infty \end{cases},$$

(2.25)

— вихід ланки запізнювання; $\Phi_0(t)$ — початкова функція; $u(t)$ — скалярне управління.

При відсутності запізнювання оптимальне управління являє собою функцію координат стану цієї системи

$$u(t) = - \operatorname{sign} f(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)), \quad 0 \leq t < \infty$$

(2.26)

При наявності запізнювання оптимальне управління є функція упереджених на час τ координат стану об'єкта

$$u(t) = - \operatorname{sign} f(x_1(t + \tau), x_2(t + \tau), \dots, x_n(t + \tau))$$

(2.27)

Ця функція має такий же вигляд, як і при відсутності запізнювання. Таким чином, для визначення оптимального управління системою необхідно висловити попередження значення $x_1(t + \tau)$, $x_2(t + \tau)$, ..., $x_n(t + \tau)$ через поточні координати стану. При цьому виходять з того умови, що величина $X(t + \tau)$ є відгук системи під час $t + \tau$ на вхід $v(t + S)$, $0 \leq S < \tau$ і початкові умови $x_1(t)$, $x_2(t)$, ..., $x_n(t)$, які в матричній формі запису можуть бути представлені у вигляді

$$X(t + \tau) = e^{Am} X(t) + \int_0^\tau EA(tS) BW(t - \tau + S) dS$$

(2.28)

На підставі вищевикладеного отримують:

$$u(t) = - \operatorname{sign} f \left\{ e^{Am} X(t) + \int_0^\tau EA(tS) BW(t - \tau + S) dS \right\},$$

(2.29)

де функція $W(t - \tau + S)$ описує динамічний стан ланки чистого запізнювання, причому для інтервалу часу $\tau \leq t < \infty$

$$W(t - \tau + S) = u(t - \tau + S), \quad 0 \leq S < \tau,$$

(2.30)

для інтервалу $0 \leq t < \tau$

$$W(t - \tau + S) = \begin{cases} u(t - \tau + S), & t - \tau \leq S < \tau \\ \Phi_0(t - \tau + S), & 0 \leq S < \tau - t \end{cases}$$

(2.31)

Тут S - розподілений параметр ланки запізнювання;

$\Phi_0(t-\tau+S)$ - початкова функція, розподілена по ланці запізнювання.

Однак щоб здійснити технічну реалізацію оптимального закону виду (2.31) необхідно формувати додаткові сигнали, що визначаються функціоналом

$$\int_0^{\tau} EA(tS) BW(t-\tau+S) dS$$

(2.32)

У деяких умовах це здійснимо, часто ж виміряти стан запізнювання виявляється взагалі неможливим, тому пропонується використовувати в регуляторі модель запізнювання. Входом в модель є вихід з регулятора $u(t)$. Регулятор вимірює стан запізнювання моделі замість стану запізнювання об'єкта. Аналітично введення моделі запізнювання рівносильно заміні функціоналу (2.32) на функціонал виду:

$$\int_0^{\tau} EA(tS) Bu(t-\tau+S) dS$$

(2.33)

Протягом першого інтервалу тривалістю τ стан запізнювання моделі і запізнювання об'єкта не однакові, так що управління на даному інтервалі оптимально. Для $t > \tau$ стан запізнювання моделі і стан запізнювання об'єкта збігаються і, таким чином, управління оптимально після першого інтервалу запізнювання. Загалом, управління квазіоптимальне. При цьому проблема формування функціоналів стану запізнювання моделі все ще має суттєві труднощі, хоча технічно не така складна, як для запізнювання об'єкта. З огляду на це, пропонується інший метод наближеної реалізації оптимального закону виду (2.27) і (2.28). Сутність його полягає в тому, що лінійний функціонал (2.33) визначається шляхом пропускання сигналу $u(t)$ через фільтр з векторною передавальною функцією виду:

$$f(p) = g(p) - e^{A\tau} g(p) e^{-p\tau},$$

(2.34)

де $g(p)$ - векторна передавальна функція об'єкта.

Для технічної реалізації $f(p)$ необхідно мати модель об'єкта, блок запізнювання і розмножувальний блок з коефіцієнтом $e^{A\tau}$. Схема квазіоптимальної системи управління в цьому випадку близька до схеми Сміта і має спільні з ним недоліки, які полягають в тому, що до уваги береться початкова функція ланки запізнювання і потрібно досить точне моделювання ланки запізнювання в регуляторі.

Можна зробити висновок, що синтез строго оптимальних за швидкодією законів управління для лінійних об'єктів з запізненням призводить у більшості випадків до схем оптимальних регуляторів, реалізація яких в реальних умовах або неможлива, або зовсім недоцільна з огляду на значні витрати і складність апаратного оформлення.

У книзі [6] автори запропонували методи синтезу квазіоптимальних по швидкодії алгоритмів, що дозволяють побудувати регуляторів для промислових об'єктів з запізненням. Був запропонований метод, заснований на апроксимації функціональних складових оптимального закону довільним числом відрізків. Лінійна апроксимація дозволяє отримати квазіоптимальний алгоритм управління в явному вигляді і досить просто розробити схему квазіоптимальної за швидкодією системи. У книзі описані процедури отримання квазіоптимальних по швидкодії законів управління для об'єктів з запізненням, як в керуючих, так і в проміжних координатах.

Найбільш часто використовуються принципи побудови і методики синтезу оптимальних регуляторів для об'єкта із запізненням, засновані на методі попередження координат вектора стану. Суть його полягає в тому, що оптимальний закон керування в системі із запізненням формується при тих же значеннях коефіцієнтів регулятора, що і для системи без запізнення, але з використанням попередження вектора стану.

Головним недоліком структури з упереджувачем є збільшення помилки прогнозування координат вектора стану при малих періодах квантування в зв'язку з неточністю моделі і збільшенням числа циклів рішення системи рівняння.

2.3 Функціональна структура прогнозованого оптимального регулятора системою третього порядку з запізненням

У вільно програмованих контролерах є можливість встановити таку величину періоду квантування, щоб у відношенні $\tau/T_K = M + c$ величина $c = 0$. У цьому випадку, відповідно до формул

$$\begin{cases} d_1 = e^{-T_K/T_1}; d_2 = e^{-T_K/T_2}; \\ a_1 = d_1 + d_2; a_2 = -d_1 \cdot d_2; B = \frac{K}{T_1 - T_2}; \\ b_1 = B \cdot (T_1(1 - d_1^{1-c}) - T_2(1 - d_2^{1-c})); \\ b_2 = -B \cdot (a_1(T_1 - T_2) + T_2 d_2^{1-c}(1 + d_1) - T_1 d_1^{1-c}(1 + d_2)); \\ b_3 = -B d_1 d_2 \cdot (T_2(1 - d_2^{-c}) - T_1(1 - d_1^{-c})), \end{cases}$$

(2.35)

величина коефіцієнта $b_3 = 0$, що спрощує модель об'єкта і формули для розрахунку спостерігача.

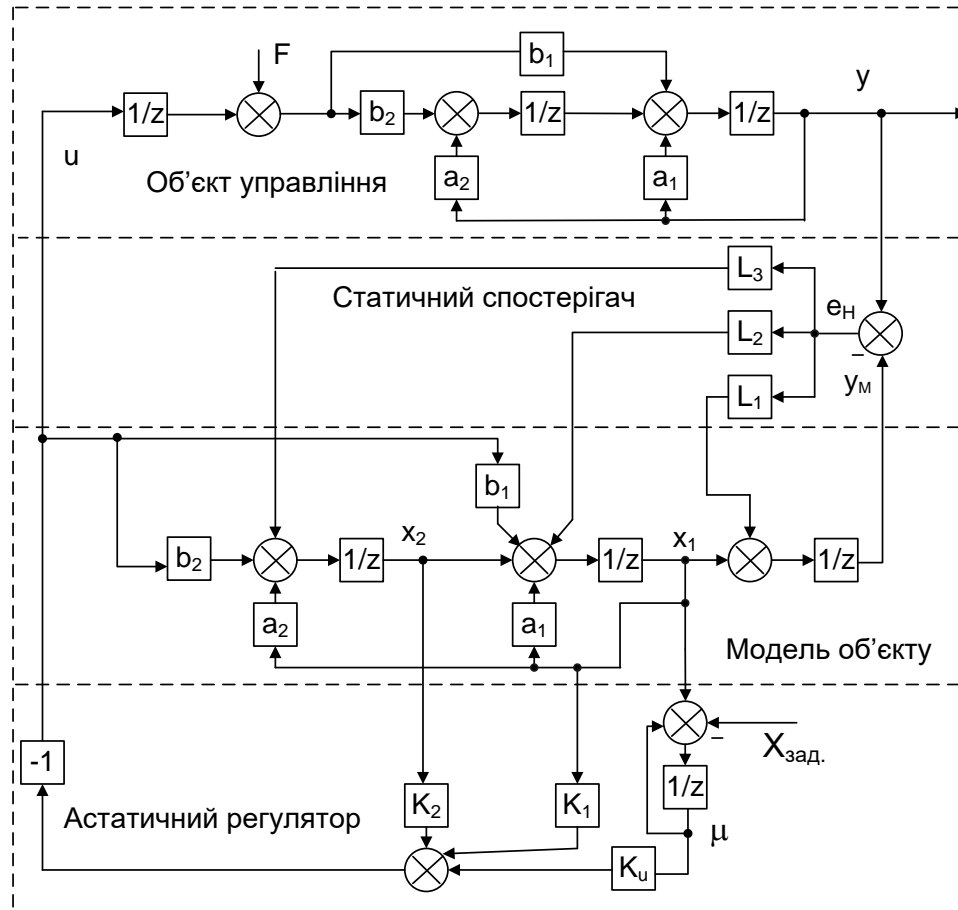


Рисунок 2.2 – Структурна схема системи управління об'єктом 3-го порядку із запізненням, модальним регулятором і статичним спостерігачем ($M = 1$)

Відповідно до роботи [17] методика розрахунку заснована на використанні принципу поділу і теорії модального цифрового управління. Відповідно до принципу поділу можна окремо розрахувати параметри контуру «спостерігач - модель ОУ» та параметри контуру «регулятор - модель ОУ». Такий підхід полегшує процедуру розрахунку і дозволяє отримати прості розрахункові формули, зручні для застосування їх у вільно програмованих контролерах.

Для розрахунку коефіцієнтів налаштувала у відповідності зі структурною схемою рис. 2.2. запишемо систему рівнянь, що описують динаміку тільки контуру спостереження:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = a_1 x_1(k) + x_2(k) - L_2 y_m(k); \\ x_2(k+1) = a_2 x_1(k) - L_3 y_m(k); \\ y_m(k+1) = x_1(k) - L_1 y_m(k), \end{cases} \quad (2.36)$$

характеристичне рівняння цієї системи отримаємо на основі визначника:

$$|\Phi_z - zI| = \begin{vmatrix} a_1 - z & 1 & -L_2 \\ a_2 & -z & -L_3 \\ 1 & 0 & -L_1 - z \end{vmatrix} = (b_n - z)^3 = b_n^3 - 3b_n^2 z + 3b_n z^2 - z^3 = 0. \quad (2.37)$$

Прирівнюючи коефіцієнти цих рівнянь при однакових ступенях z , і вирішуючи систему рівнянь, отримуємо:

$$\begin{cases} L_1 = a_1 - 3b_n; \\ L_2 = a_1 L_1 + a_2 + 3b_n^2; \\ L_3 = a_2 L_1 - b_n^3. \end{cases} \quad (2.38)$$

Аналогічно виведемо формули обчислення коефіцієнтів спостерігача для величини запізнювання $M = 2$. У відповідності зі структурною схемою (рис.2.3.) запишемо систему рівнянь, що описують динаміку тільки контуру спостереження:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = a_1 x_1(k) + x_2(k) - L_3 y_m(k); \\ x_2(k+1) = a_2 x_1(k) - L_4 y_m(k); \\ y_1(k+1) = x_1(k) - L_2 y_m(k); \\ y_m(k+1) = y_1(k) - L_1 y_m(k). \end{cases} \quad (2.39)$$

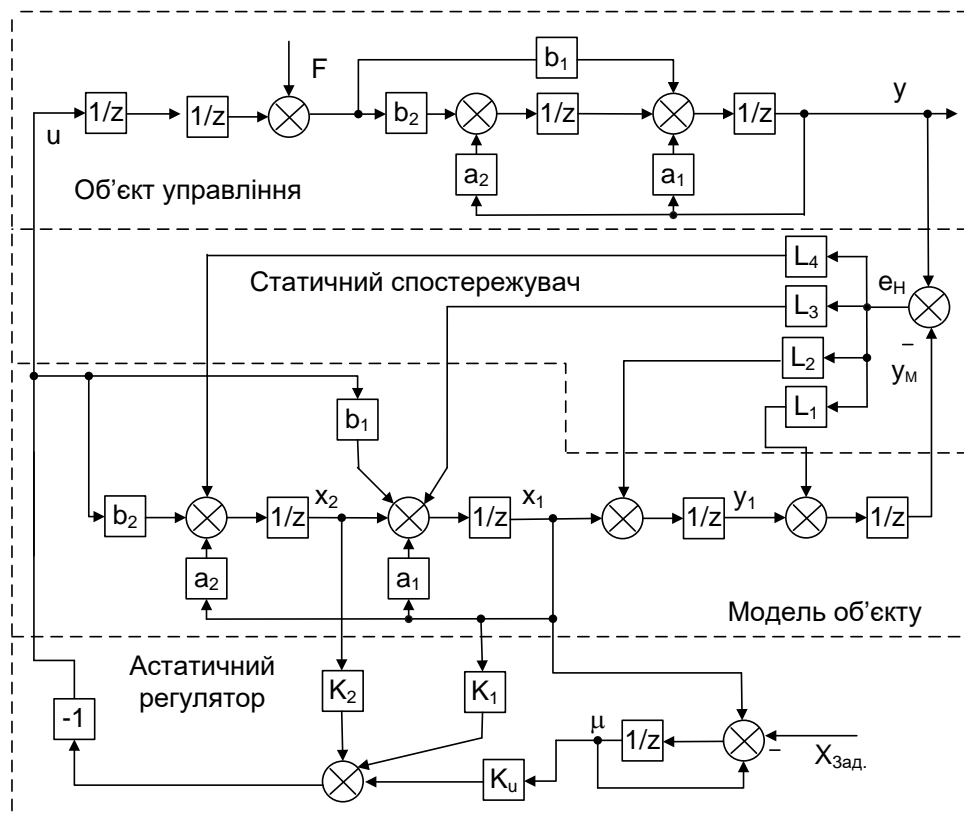


Рисунок 2.3 – Структурна схема системи управління об'єктом третього порядку з запізненням (для $M = 2$)

Запишемо характеристичне рівняння, прирівнюючи коефіцієнти цих рівнянь при однакових ступенях z , отримаємо систему рівнянь, рішенням якої отримуємо коефіцієнти спостерігача:

$$\begin{cases} L_1 = a_1 - 4b_n; \\ L_2 = a_1 L_1 + a_2 + 6b_n^2; \\ L_3 = a_1 L_2 + a_2 L_1 - 4b_n^3; \\ L_4 = a_2 L_2 + b_n^4. \end{cases} \quad (2.40)$$

Для довільного значення запізнювання M (рис.2.4), різницеві рівняння матимуть вигляд

$$\begin{cases} x_1(k+1) = a_1 x_1(k) + x_2(k) - L_{M+1} y_m(k); \\ x_2(k+1) = a_2 x_1(k) - L_{M+2} y_m(k); \\ y_1(k+1) = x_1(k) - L_M y_m(k); \\ \dots \\ y_{M-1}(k+1) = y_{M-2}(k) - L_2 y_m(k); \\ y_M(k+1) = y_{M-1}(k) - L_1 y_m(k). \end{cases} \quad (2.41)$$

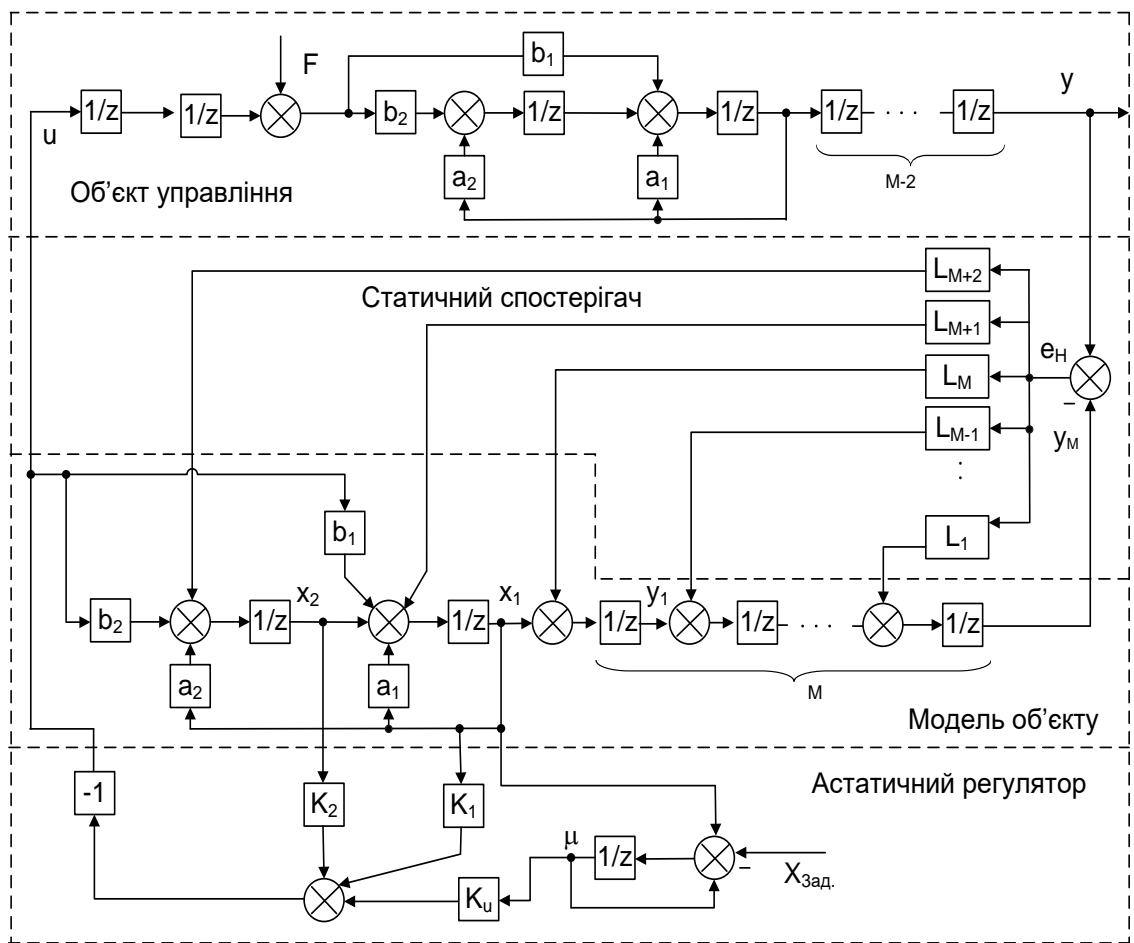


Рисунок 2.4 – Структурна схема системи управління об'єктом 3-го порядку із запізненням (для довільного запізнювання M)

Характеристичне рівняння цієї системи, рішенням якого є коефіцієнти спостерігача

$$|\Phi_z - zI| = (b_n - z)^{M+2} \quad (2.42)$$

Таким чином, для довільного запізнювання M отримаємо наступні рекурентні формули для обчислень коефіцієнтів статичного спостерігача:

$$\begin{cases} L_1 = a_1 + c_1 b_n; \\ L_2 = a_1 L_1 + a_2 + c_2 b_n^2; \\ \dots \\ L_j = a_1 L_{j-1} + a_2 L_{j-2} + c_j b_n^j; \text{ для } j = 3, \dots, M+1; \\ L_{M+2} = a_2 L_M + (-1)^{M+2} b_n^{M+2}, \end{cases} \quad (2.43)$$

де $c_j = (-1)^j \times S_{M+2}^j$, S_{M+2}^j - число сполучень із $M+2$ по j .

2.4 Алгоритм прогнозованого оптимального за витратою палива управління системою третього порядку з запізненням

На основі вищевикладеного для розрахунку коефіцієнтів налаштувача у відповідності зі структурною схемою (рис. 2.5.) запишемо систему рівнянь, що описують динаміку контуру:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = a_1 x_1(k) + x_2(k) - L_2 y_m(k); \\ x_2(k+1) = a_2 x_1(k) + x_3(k) - L_3 y_m(k); \\ x_3(k+1) = -L_4 y_m(k); \\ y_m(k+1) = x_1(k) - L_1 y_m(k), \end{cases} \quad (2.44)$$

характеристичне рівняння цієї системи отримаємо на основі визначника:

$$|\Phi_z - zI| = \begin{vmatrix} a_1 - z & 1 & 0 & -L_2 \\ a_2 & -z & 1 & -L_3 \\ 0 & 0 & -z & -L_4 \\ 1 & 0 & 0 & -L_1 - z \end{vmatrix} = (b_n - z)^4 = 0. \quad (2.45)$$

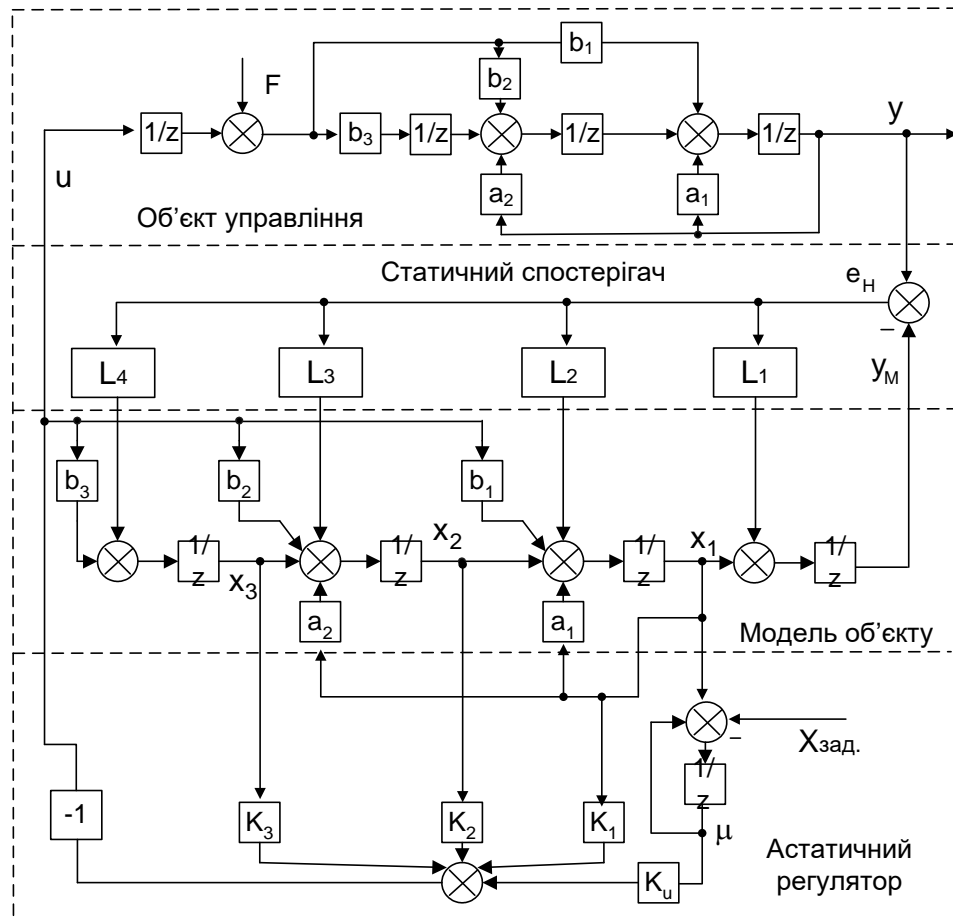


Рисунок 2.5 – Структурна схема системи управління об'єктом із запізненням в разі некратних відносин запізнювання до періоду квантування (для $M = 1$)

Розкриваючи і прирівнюючи коефіцієнти цих рівнянь при однакових ступенях z , і вирішувати систему рівнянь, отримуємо:

$$\begin{cases} L_1 = a_1 - 4b_n; \\ L_2 = a_1 L_1 + a_2 + 6b_n^2; \\ L_3 = a_2 L_1 - 4b_n^3; \\ L_4 = b_n^4. \end{cases} \quad (2.46)$$

Аналогічно виведемо формули обчислення коефіцієнтів спостерігача для величини запізнювання $M = 2$. У відповідності зі структурною схемою (рис. 2.6.) запишемо систему рівнянь, що описують динаміку контуру:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = a_1 x_1(k) + x_2(k) - L_3 y_m(k); \\ x_2(k+1) = a_2 x_1(k) + x_3(k) - L_4 y_m(k); \\ x_3(k+1) = -L_5 y_m(k); \\ y_1(k+1) = x_1(k) - L_2 y_m(k); \\ y_m(k+1) = y_1(k) - L_1 y_m(k). \end{cases} \quad (2.47)$$

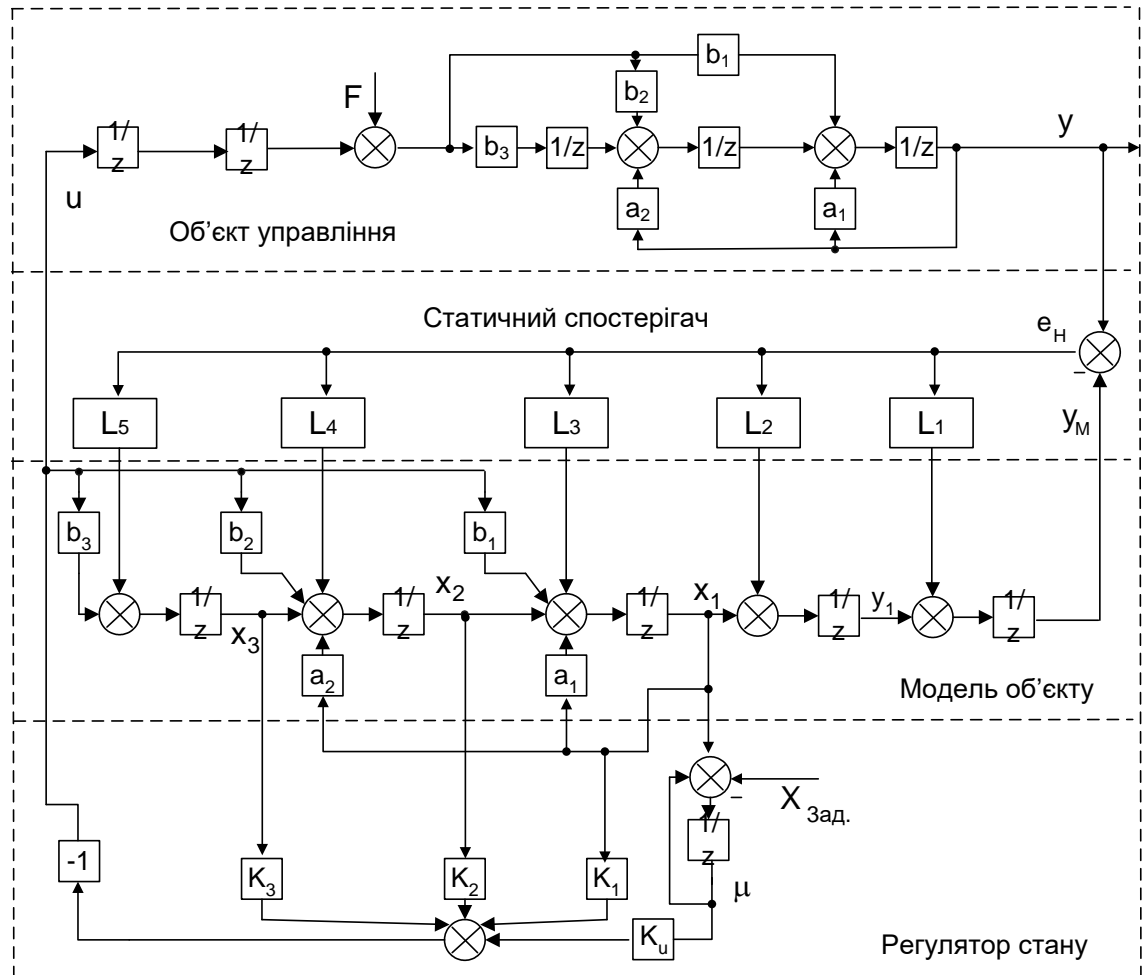


Рисунок 2.6 — Структурна схема системи управління об'єктом третього порядку із запізненням (для $M = 2$)

Запишемо характеристичне рівняння, прирівнюючи коефіцієнти цих рівнянь при однакових ступенях z , Отримаємо систему рівнянь, рішення якої отримуємо коефіцієнти спостерігача:

$$\begin{cases} L_1 = a_1 - 5b_n; \\ L_2 = a_1 L_1 + a_2 + 10b_n^2; \\ L_3 = a_1 L_2 + a_2 L_1 - 10b_n^3; \\ L_4 = a_2 L_2 + 5b_n^4; \\ L_5 = -b_n^5. \end{cases} \quad (2.48)$$

Для довільного значення запізнювання M по аналогічним методам запишемо різницеві рівняння:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = a_1 x_1(k) + x_2(k) - L_{M+1} y_m(k); \\ x_2(k+1) = a_2 x_1(k) + x_3(k) - L_{M+2} y_m(k); \\ x_3(k+1) = -L_{M+3} y_m(k); \\ y_1(k+1) = x_1(k) - L_M y_m(k); \\ \dots \\ y_{M-1}(k+1) = y_{M-2}(k) - L_2 y_m(k); \\ y_M(k+1) = y_{M-1}(k) - L_1 y_m(k), \end{cases} \quad (2.49)$$

і характеристичне рівняння цієї системи, рішенням якого є коефіцієнти спостерігача.

$$|\Phi_z - zI| = (b_n - z)^{M+3} = 0. \quad (2.50)$$

Таким чином, для довільного запізнювання M отримаємо наступні рекурентні формули для обчислень коефіцієнтів статичного спостерігача:

$$\begin{cases} L_1 = a_1 + c_1 b_n; \\ L_2 = a_1 L_1 + a_2 + c_2 b_n^2; \\ \dots \\ L_j = a_1 L_{j-1} + a_2 L_{j-2} + c_j b_n^j; \text{ для } j=3, \dots, M+1; \\ L_{M+2} = a_2 L_M + c_{M+2} b_n^{M+2}; \\ L_{M+3} = (-1)^{M+3} b_n^{M+3}, \end{cases} \quad (2.51)$$

де $c_j = (-1)^j \times S_{M+3}^j$, S_{M+3}^j - число сполучень із $M+3$ по j .

РОЗДІЛ 3

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ОПТИМАЛЬНОГО ЗА ВИТРАТОЮ ПАЛИВА ПРОГНОЗОВАНОГО УПРАВЛІННЯ СИСТЕМОЮ ТРЕТЬОГО ПОРЯДКУ З ЗАПІЗНЕННЯМ

3.1 Математичний опис прогнозованої оптимальної за витратою палива системою третього порядку із запізненням

Для розрахунку параметра регулятора запишемо систему різницьових рівнянь, що визначають динаміку тільки контура регулювання:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = a_1 x_1(k) + x_2(k) + b_1 u(k); \\ x_2(k+1) = a_2 x_1(k) + b_2 u(k); \\ \mu(k+1) = x_1(k) + \mu(k); \\ u(k) = -[K_1 x_1(k) + K_2 x_2(k) + K_u \mu(k)]. \end{cases}$$

(3.1)

Перепишемо (3.1) у вигляді:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = (a_1 - b_1 K_1) x_1(k) + (1 - b_1 K_2) x_2(k) - b_1 K_u \mu(k); \\ x_2(k+1) = (a_2 - b_2 K_1) x_1(k) - b_2 K_2 x_2(k) - b_2 K_u \mu(k); \\ \mu(k+1) = x_1(k) + \mu(k). \end{cases}$$

(3.2)

Характерною особливістю контуру регулювання є те, що регулятор замкнений на цифрову модель об'єкта без запізнення, що спрощує розрахункові формули.

Для спрощення налаштування системи помістимо всі корені характеристичного рівняння в одну точку $b_p = 0 \div 1$.

Коефіцієнти регулятора обчислимо з рівності характеристичного рівняння замкнутої системи і обраного типу полінома для випадку кратних коренів:

$$|\Phi_3 - zI| = (b_p - z)^4 = 0$$

(3.3)

або:

$$\begin{vmatrix} a_1 - b_1 K_1 - z & 1 - b_1 K_2 & -b_1 K_u \\ a_2 - b_2 K_1 & -b_2 K_2 - z & -b_2 K_u \\ 1 & 0 & 1 - z \end{vmatrix} = (b_p - z)^3 = 0.$$

(3.4)

Розкриваємо (3.4) і прирівнюємо коефіцієнти при однакових ступенях z , отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$1 - b_1 K_1 - b_2 K_2 + a_1 = 3b_p; \quad (1)$$

*)

$$-a_2 b_1 K_2 - a_1 + a_2 + b_1 K_1 - b_1 K_u + b_2 K_2 - b_2 K_1 + a_1 b_2 K_2 = -3b_p^2; \quad (2 *)$$

$$-a_1 b_2 K_2 - a_2 + b_2 K_1 - b_2 K_u + a_2 b_1 K_2 = b_p^3;$$

(3 *)

Вирішимо систему (1 *), (2 *), (3 *) в такий спосіб:

Підсумовуємо 3 рівнянь, отримуємо рівняння, з якого маємо:

$$K_u = \frac{(1 - b_p)^3}{b_1 + b_2 + b_3}.$$

(3.5)

тепер помножимо (1 *) на b_2 (2 *) на b_1 і підсумовуємо їх отримуємо рівняння, з якого маємо

$$K_2 = \frac{3b_2 b_p + b_1 b_p^3 - b_2 - a_1 b_2 + a_2 b_1 + b_1 b_2 K_u}{a_2 b_1^2 - b_2^2 - a_1 b_1 b_2};$$

(3.6)

з (1 *) знайдемо

$$K_1 = \frac{1 - 3b_p + a_1 - b_2 K_2}{b_1};$$

(3.7)

В даному випадку вдалося отримати вирази для коефіцієнтів регулятора в явному вигляді. Дослідження показали, що за допомогою зміни величини b_p в діапазоні від 0 до 1 при фіксованому b_H (Наприклад, при $b_H = 0,1$) підбирається необхідна динаміка замкнутої системи управління, тобто має місце один варійований параметр на всю систему управління.

Для розрахунку параметра регулятора в разі некрatних відносин запізнювання до величини періоду квантування запишемо систему різницевих рівнянь, що визначають динаміку тільки контура регулювання:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = a_1 x_1(k) + x_2(k) + b_1 u(k); \\ x_2(k+1) = a_2 x_1(k) + x_3(k) + b_2 u(k); \\ x_3(k+1) = b_3 u(k); \\ \mu(k+1) = x_1(k) + \mu(k); \\ u(k) = -[K_1 x_1(k) + K_2 x_2(k) + K_3 x_3(k) + K_u \mu(k)] \end{cases}.$$

(3.8)

Перепишемо (3.8) у вигляді:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = (a_1 - b_1 K_1) x_1(k) + (1 - b_1 K_2) x_2(k) - b_1 K_3 x_3(k) - b_1 K_u \mu(k); \\ x_2(k+1) = (a_2 - b_2 K_1) x_1(k) - b_2 K_2 x_2(k) + (1 - b_2 K_3) x_3(k) - b_2 K_u \mu(k); \\ x_3(k+1) = -b_3 K_1 x_1(k) - b_3 K_2 x_2(k) - b_3 K_3 x_3(k) - b_3 K_u \mu(k); \\ \mu(k+1) = x_1(k) + \mu(k). \end{cases} \quad (3.9)$$

)

Коефіцієнти регулятора обчислимо з рівності характеристичного рівняння замкнутої системи і обраного типу полінома для випадку кратних коренів:

$$|\Phi_3 - zI| = (b_p - z)^4; = 0. \quad (3.10)$$

або:

$$\begin{vmatrix} a_1 - b_1 K_1 - z & 1 - b_1 K_2 & -b_1 K_3 & -b_1 K_u \\ a_2 - b_2 K_1 & -b_2 K_2 - z & 1 - b_2 K_3 & -b_2 K_u \\ -b_3 K_1 & -b_3 K_2 & -b_3 K_3 - z & -b_3 K_u \\ 1 & 0 & 0 & 1 - z \end{vmatrix} = (b_p - z)^4 = 0$$

(3.11)

Розкриваємо (3.11) і прирівнюючи коефіцієнти при однакових ступенях z , отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь, з якої знайдемо:

$$K_u = \frac{(1 - b_p)^4}{b_1 + b_2 + b_3}.$$

(3.12)

Решта три коефіцієнта регулятора визначимо з рішення системи алгебраїчних рівнянь

$$\begin{pmatrix} -b_3 & a_1 b_3 & a_2 b_3 \\ b_3 - b_2 & a_1 b_2 - a_1 b_3 - a_2 b_1 - b_3 & a_1 b_3 - a_2 b_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_p^4 - b_3 K_u \\ -a_2 - b_2 K_u - 4b_p^3 \\ 1 + a_1 - 4b_p \end{pmatrix}.$$

(3.13)

Аналітичне рішення системи (3.13) можна отримати, обчисливши відповідні визначники. Тоді коефіцієнти, що залишилися дорівнюватимуть

$$K_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_p^4 - b_3 K_u & a_1 b_3 & a_2 b_3 \\ -a_2 - b_2 K_u - 4b_p^3 & a_1 b_2 - a_1 b_3 - a_2 b_1 - b_3 & a_1 b_3 - a_2 b_3 \\ 1 + a_1 - 4b_p & b_2 & b_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -b_3 & a_1 b_3 & a_2 b_3 \\ b_3 - b_2 & a_1 b_2 - a_1 b_3 - a_2 b_1 - b_3 & a_1 b_3 - a_2 b_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}};$$

$$K_2 = \frac{\begin{vmatrix} -b_3 & b_p^4 - b_3 K_u & a_2 b_3 \\ b_3 - b_2 & -a_2 - b_2 K_u - 4b_p^3 & a_1 b_3 - a_2 b_3 \\ b_1 & 1 + a_1 - 4b_p & b_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -b_3 & a_1 b_3 & a_2 b_3 \\ b_3 - b_2 & a_1 b_2 - a_1 b_3 - a_2 b_1 - b_3 & a_1 b_3 - a_2 b_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}};$$

$$K_3 = \frac{\begin{vmatrix} -b_3 & a_1 b_3 & b_p^4 - b_3 K_u \\ b_3 - b_2 & a_1 b_2 - a_1 b_3 - a_2 b_1 - b_3 & -a_2 - b_2 K_u - 4b_p^3 \\ b_1 & b_2 & 1 + a_1 - 4b_p \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -b_3 & a_1 b_3 & a_2 b_3 \\ b_3 - b_2 & a_1 b_2 - a_1 b_3 - a_2 b_1 - b_3 & a_1 b_3 - a_2 b_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}}.$$

Як і раніше, введемо в структуру спостерігача модель цифрового інтегратора (рис. 3.1).

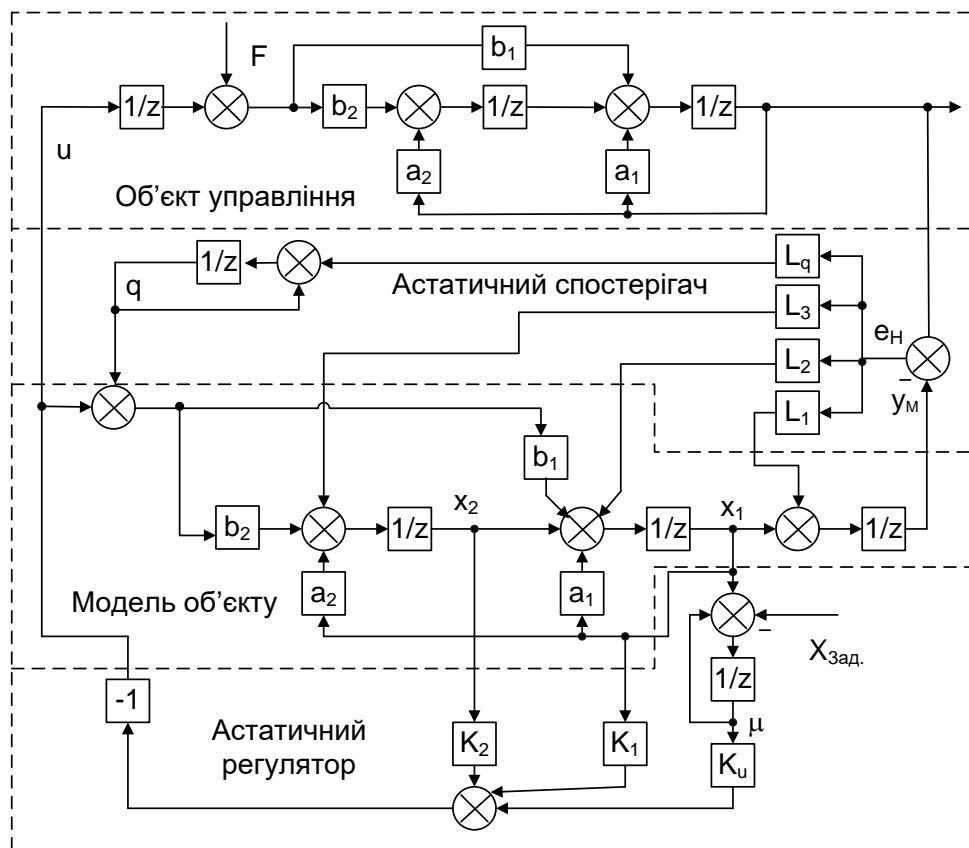


Рисунок 3.1 – Структурна схема системи управління об'єктом 3-го порядку із запізненням з модальним регулятором і астатичним

спостерігачем в разі кратних відносин запізнювання до періоду квантування ($M = 1$)

Для розрахунку коефіцієнтів налаштовувала у відповідності зі структурною схемою рис. 3.1 запишемо систему рівнянь, що описують динаміку тільки контуру спостереження:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = a_1 x_1(k) + x_2(k) - L_2 y_m(k); \\ x_2(k+1) = a_2 x_1(k) + q(k) - L_3 y_m(k); \\ q(k+1) = q(k) - L_q y_m(k); \\ y_m(k+1) = x_1(k) - L_1 y_m(k). \end{cases}$$

(3.14)

характеристичне рівняння цієї системи отримаємо на основі визначника:

$$= 0. \quad |\Phi_z - zI| = \begin{vmatrix} a_1 - z & 1 & 0 & -L_2 \\ a_2 & -z & 1 & -L_3 \\ 0 & 0 & 1 - z & -L_q \\ 1 & 0 & 0 & -L_1 - z \end{vmatrix} = (b_n - z)^4$$

(3.15)

Розкриваючи і прирівнюючи коефіцієнти цих рівнянь при однакових ступенях z , і вирішуючи систему рівнянь, отримуємо:

$$\begin{cases} L_1 = a_1 + 1 - 4b_n; \\ L_2 = (a_1 + 1)L_1 + a_2 - a_1 + 6b_n^2; \\ L_3 = L_2 + (a_2 - a_1)L_1 - a_2 - 4b_n^3; \\ L_q = L_3 - a_2 L_1 + b_n^4. \end{cases}$$

(3.16)

Аналогічно виведемо формули обчислення коефіцієнтів спостерігача для величини запізнювання $M = 2$. У відповідності зі структурною схемою рис. 3.2 запишемо систему рівнянь, що описують динаміку тільки контуру спостереження:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = a_1 x_1(k) + x_2(k) - L_3 y_m(k); \\ x_2(k+1) = a_2 x_1(k) + q(k) - L_4 y_m(k); \\ q(k+1) = q(k) - L_q y_m(k); \\ y_1(k+1) = x_1(k) - L_2 y_m(k); \\ y_m(k+1) = y_1(k) - L_1 y_m(k); \end{cases}$$

(3.17)

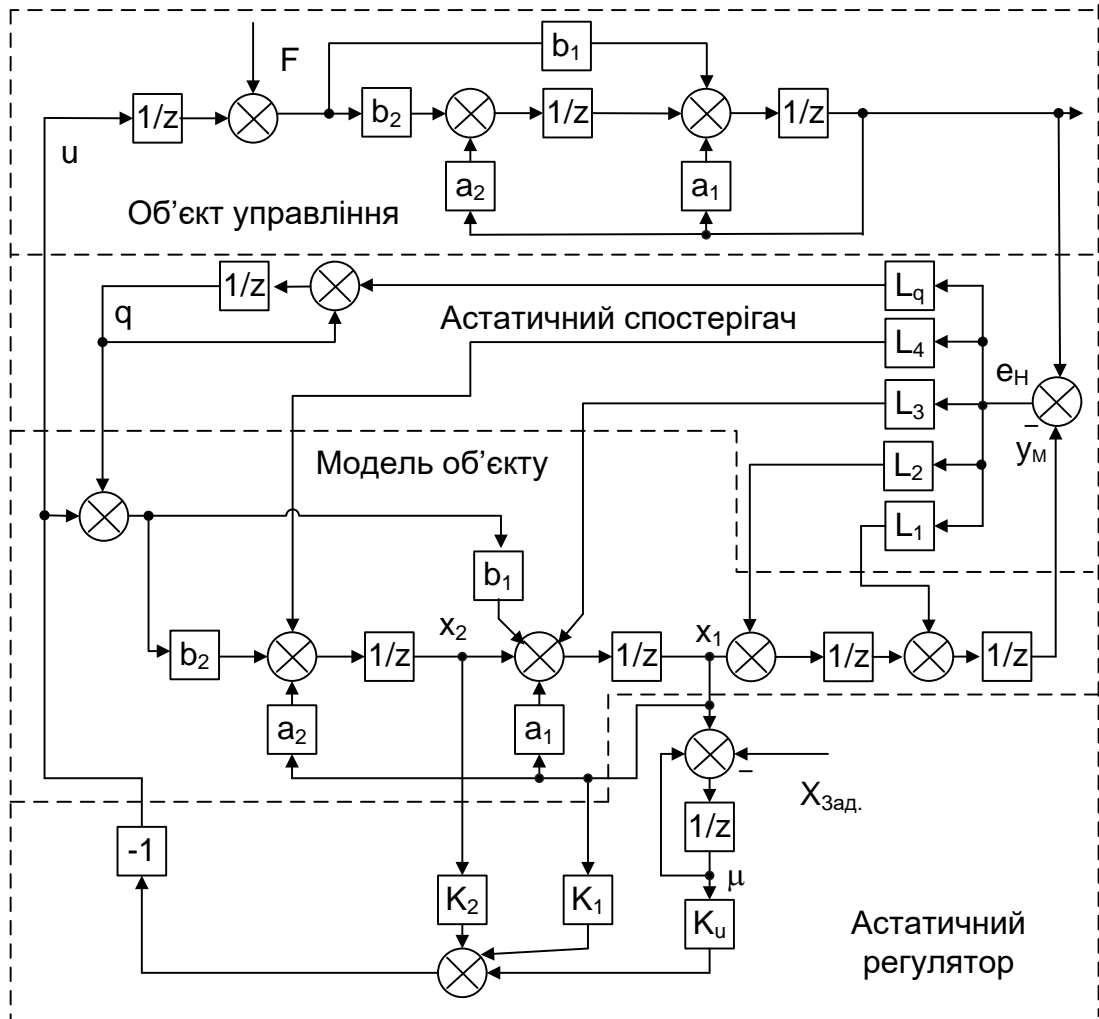


Рисунок 3.2 – Структурна схема системи управління (для $M = 2$)

За аналогією методикою, отримуємо коефіцієнти спостерігача:

$$\begin{aligned}
L_1 &= a_1 + 1 - 5b_n; \\
L_2 &= (a_1 + 1)L_1 + a_2 - a_1 + 10b_n^2; \\
L_3 &= (a_1 + 1)L_2 + (a_2 - a_1)L_1 - a_2 - 10b_n^3; \\
L_4 &= L_3 + (a_2 - a_1)L_2 - a_2L_1 + 5b_n^4; \\
L_q &= L_4 - a_2L_2 - b_n^5;
\end{aligned}$$

(3.18)

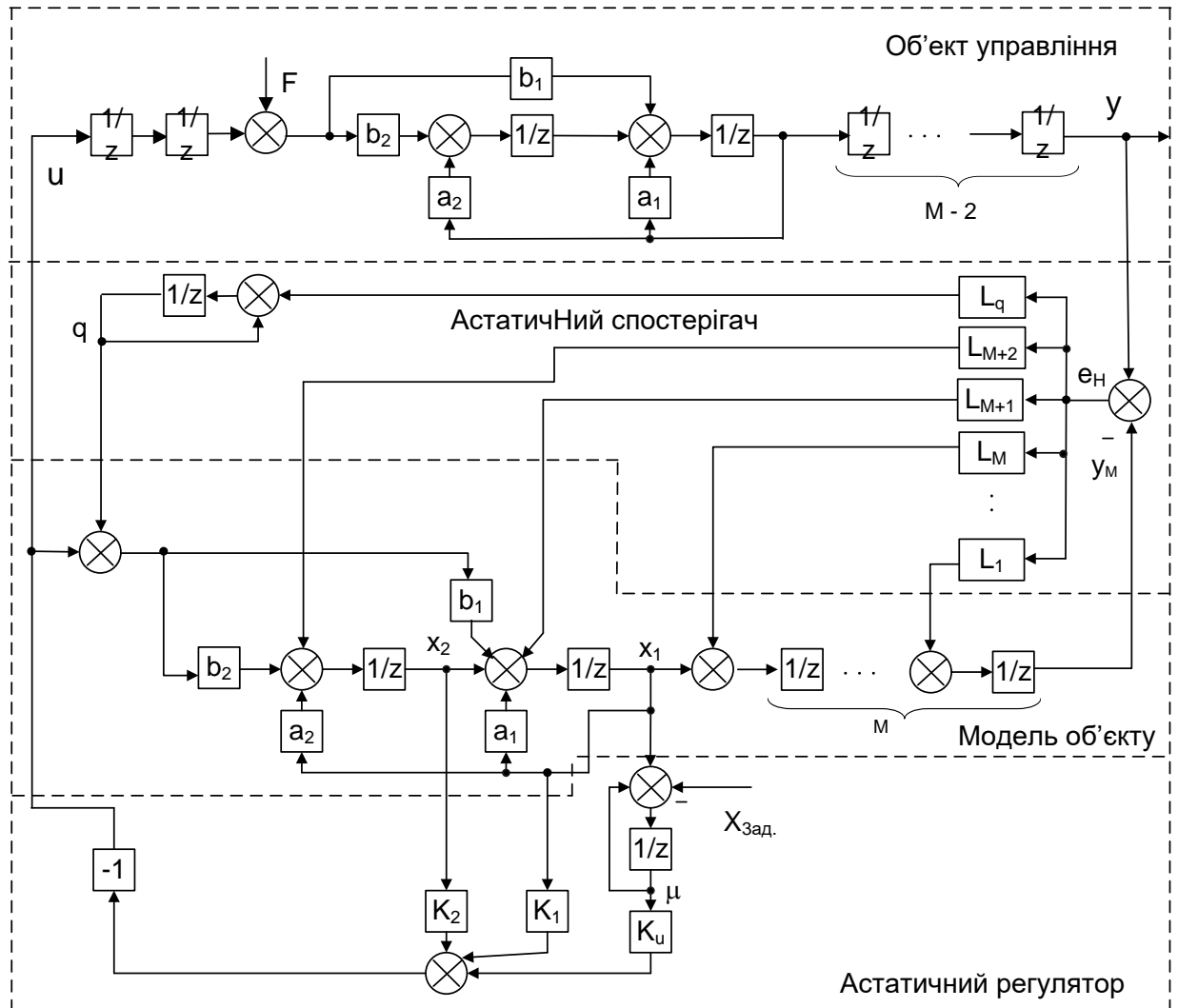


Рисунок 3.3 – Структурна схема системи управління (для довільного запізнювання M)

Для довільного запізнювання M (Рис.3.3). подібним способом можемо отримати формули розрахунку для коефіцієнтів спостерігача для різних значень M:

M = 3:

$$\begin{aligned}L_1 &= a_1 + 1 - 6b_n; \\L_2 &= (a_1 + 1)L_1 + a_2 - a_1 + 15b_n^2; \\L_3 &= (a_1 + 1)L_2 + (a_2 - a_1)L_1 - a_2 - 20b_n^3; \\L_4 &= (a_1 + 1)L_3 + (a_2 - a_1)L_2 - a_2L_1 + 15b_n^4; \\L_5 &= L_4 + (a_2 - a_1)L_3 - a_2L_2 - 6b_n^5; \\L_q &= L_5 - a_2L_3 + b_n^6;\end{aligned}$$

(3.19)

M = 4:

$$\begin{aligned}L_1 &= a_1 + 1 - 7b_n; \\L_2 &= (a_1 + 1)L_1 + a_2 - a_1 + 21b_n^2; \\L_3 &= (a_1 + 1)L_2 + (a_2 - a_1)L_1 - a_2 - 35b_n^3; \\L_4 &= (a_1 + 1)L_3 + (a_2 - a_1)L_2 - a_2L_1 + 35b_n^4; \\L_5 &= (a_1 + 1)L_4 + (a_2 - a_1)L_3 - a_2L_2 - 21b_n^5; \\L_6 &= L_5 + (a_2 - a_1)L_4 - a_2L_3 + b_n^6; \\L_q &= L_6 - a_2L_4 - b_n^7;\end{aligned}$$

(3.20)

Таким чином, узагальнюючи ці формули, отримуємо рекурентні формули обчислення коефіцієнтів спостерігача для довільного значення M:

$$\begin{aligned}L_1 &= a_1 + 1 + c_1b_n; \\L_2 &= (a_1 + 1)L_1 + (a_2 - a_1) + c_2b_n^2; \\L_3 &= (a_1 + 1)L_2 + (a_2 - a_1)L_1 - a_2 + c_3b_n^3; \\&\dots \\L_j &= (a_1 + 1)L_{j-1} + (a_2 - a_1)L_{j-2} - a_2L_{j-3} + c_jb_n^j; \text{ для } j = 4, \dots, M + 1; \\&\dots \\L_{M+2} &= L_{M+1} + (a_2 - a_1)L_M - a_2L_{M-1} + c_{M+2}b_n^{M+2}; \\L_q &= L_{M+2} - a_2L_M + (-1)^{M+3}b_n^{M+3};\end{aligned}$$

(3.21)

де $c_j = (-1)^j \times S_{M+3}^j$

S_{M+3}^j - число сполучень із $M + 3$ по j .

У випадку квантування в структурну схему системи додається коефіцієнт b_3 і блок затримки $1/z$.

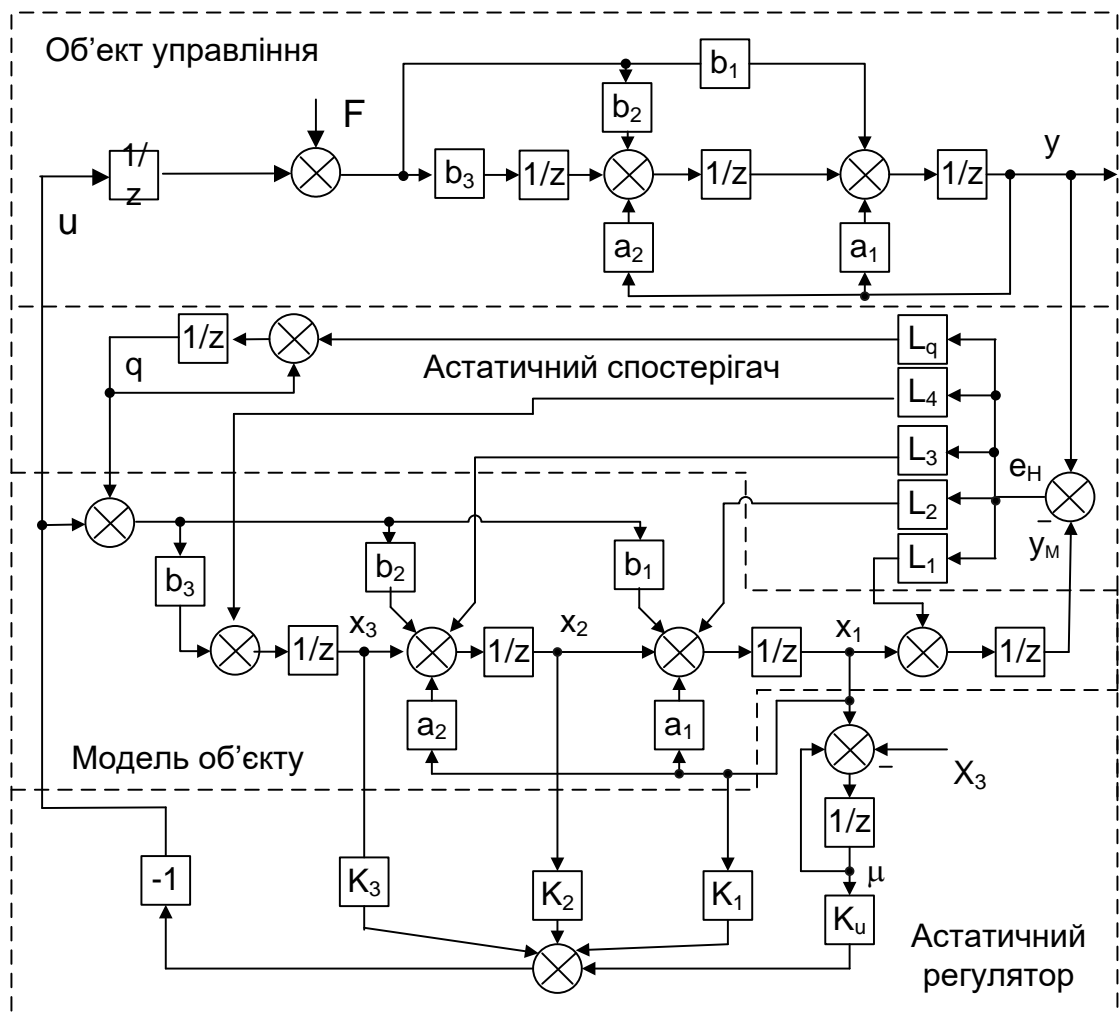


Рисунок 3.4 – Структурна схема системи управління об'єктом 3-го порядку із запізненням з модальним регулятором і астатичним спостерігачем в разі некратних відносин запізнювання до періоду квантування ($M = 1$)

Розглянемо тільки контур «статичний спостерігач – модель об'єкта». Запишемо для нього систему рівнянь, що описують динаміку

цього контуру використовуючи дискретну теорію простору станів. Нехай спочатку затримка $M = 1$ (рис.3.4)

Тоді маємо:

$$\begin{aligned}x_1(k+1) &= a_1 x_1(k) + x_2(k) + b_1 q(k) - L_2 y_m(k); \\x_2(k+1) &= a_2 x_1(k) + x_3(k) + b_2 q(k) - L_3 y_m(k); \\x_3(k+1) &= b_3 q(k) - L_4 y_m(k); \\q(k+1) &= q(k) - L_q y_m(k); \\y_m(k+1) &= x_1(k) - L_1 y_m(k);\end{aligned}$$

(3.22)

Як і раніше, коефіцієнти спостерігача обчислимо з рівності характеристичного рівняння замкнутої системи і обраного типу полінома для випадку кратних коренів

$$|\Phi_3 - zI| = (b_n - z)^5 = 0,$$

(3.23)

де b_n - корінь спостерігача, кратності 5 ($b_n = 0 \div 1$).

Або в розкритому вигляді

$$\begin{vmatrix} a_1 - z & 1 & 0 & b_1 & -L_2 \\ a_2 & -z & 1 & b_2 & -L_3 \\ 0 & 0 & -z & b_3 & -L_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - z & -L_q \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -L_1 - z \end{vmatrix} = (b_n - z)^5 = 0.$$

(3.24)

Розкриваючи визначник і поліном, прирівнюючи коефіцієнти при однакових ступенях z , отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь, з яких випливають рекурентні формули для коефіцієнтів спостерігача:

$$L_q = \frac{(1 - b_n)^5}{b_1 + b_2 + b_3};$$

$$L_1 = a_1 + 1 - 5b_n;$$

$$L_2 = (a_1 + 1)L_1 + a_2 - a_1 + 10b_n^2;$$

$$L_3 = L_2 + (a_2 - a_1)L_1 - a_2 - b_1L_q - 10b_n^3;$$

$$L_4 = b_3L_q + b_n^5;$$

(3.25)

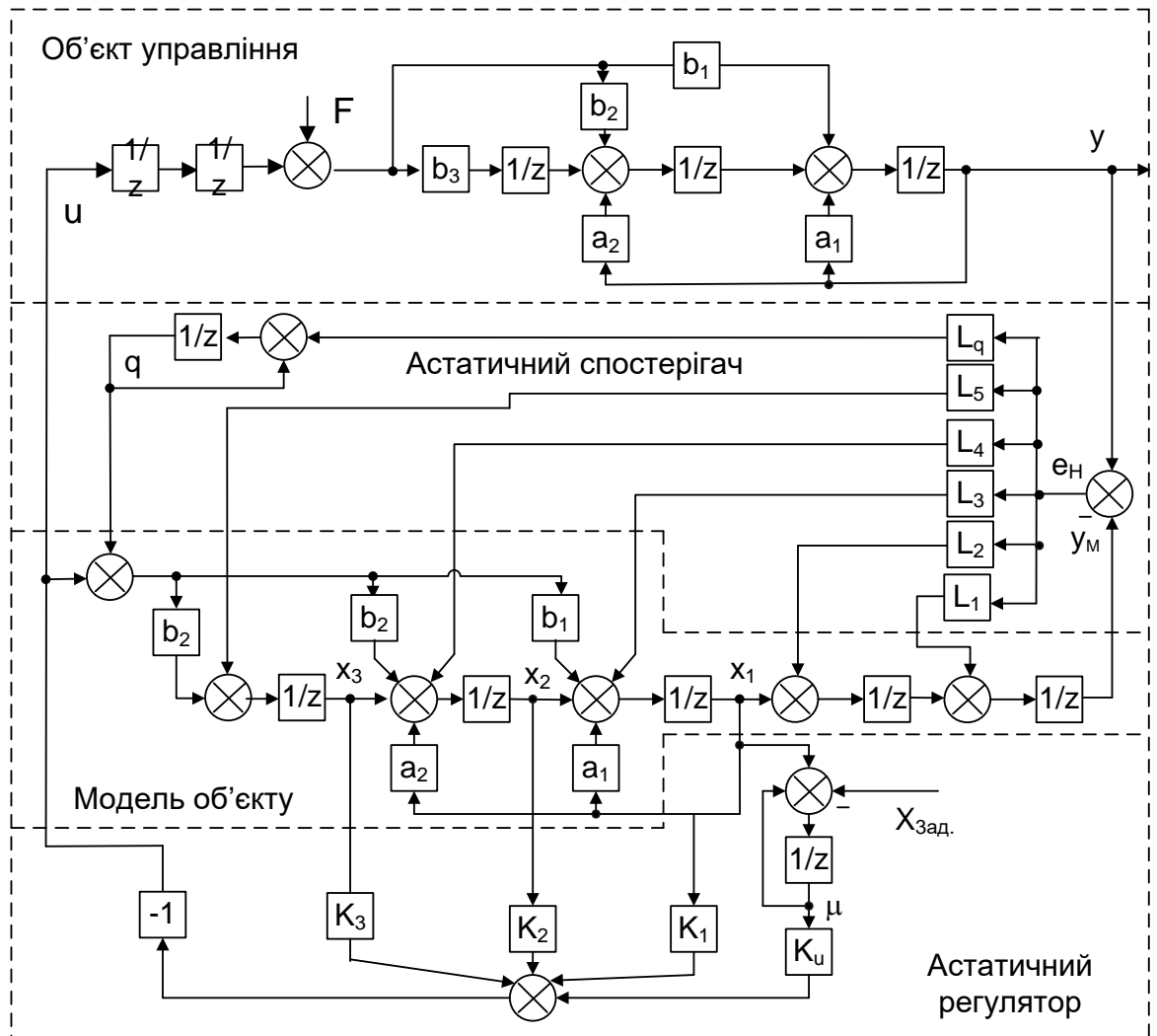


Рисунок 3.5 – Структурна схема системи управління (для $M = 2$)

Для $M = 2$ (рис.3.5) маємо систему рівнянь:

$$\begin{aligned}
x_1(k+1) &= a_1 x_1(k) + x_2(k) + b_1 q(k) - L_3 y_m(k); \\
x_2(k+1) &= a_2 x_1(k) + x_3(k) + b_2 q(k) - L_4 y_m(k); \\
x_3(k+1) &= b_3 q(k) - L_5 y_m(k); \\
q(k+1) &= q(k) - L_q y_m(k); \\
y_1(k+1) &= x_1(k) - L_2 y_m(k); \\
y_m(k+1) &= y_1(k) - L_1 y_m(k);
\end{aligned}$$

(3.26)

Яка відповідає характеристичному рівнянню:

$$\begin{vmatrix}
a_1 - z & 1 & 0 & b_1 & 0 & -L_3 \\
a_2 & -z & 1 & b_2 & 0 & -L_3 \\
0 & 0 & -z & b_3 & 0 & -L_5 \\
0 & 0 & 0 & 1 - z & 0 & -L_q \\
1 & 0 & 0 & 0 & -z & -L_2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -L_1 - z
\end{vmatrix} = (b_n - z)^6 = 0.$$

(3.27)

Вирішивши це рівняння, отримуємо:

$$\begin{aligned}
L_q &= \frac{(1 - b_n)^6}{b_1 + b_2 + b_3}; \\
L_1 &= a_1 + 1 - 6b_n; \\
L_2 &= (a_1 + 1)L_1 + a_2 - a_1 + 15b_n^2; \\
L_3 &= (a_1 + 1)L_2 + (a_2 - a_1)L_1 - a_2 - 20b_n^3; \\
L_4 &= L_3 + (a_2 - a_1)L_2 - a_2L_1 - b_1L_q + 15b_n^4; \\
L_5 &= b_3L_q - b_n^6;
\end{aligned}$$

(3.28)

Для схеми, показаної на рис.3.6. виконаємо подібні процедури крок за кроком, отримуємо формули для коефіцієнтів спостерігача. Для узагальнення виводимо ці формули для різних значень М:

М = 3:

$$\begin{aligned}
L_q &= \frac{(1-b_n)^7}{b_1+b_2+b_3}; \\
L_1 &= a_1+1-7b_n; \\
L_2 &= (a_1+1)L_1+a_2-a_1+21b_n^2; \\
L_3 &= (a_1+1)L_2+(a_2-a_1)L_1-a_2-35b_n^3; \\
L_4 &= (a_1+1)L_3+(a_2-a_1)L_2-a_2L_1+35b_n^4; \\
L_5 &= L_4+(a_2-a_1)L_3-a_2L_2-b_1L_q-21b_n^5; \\
L_6 &= b_3L_q+b_n^7;
\end{aligned}$$

(3.29)

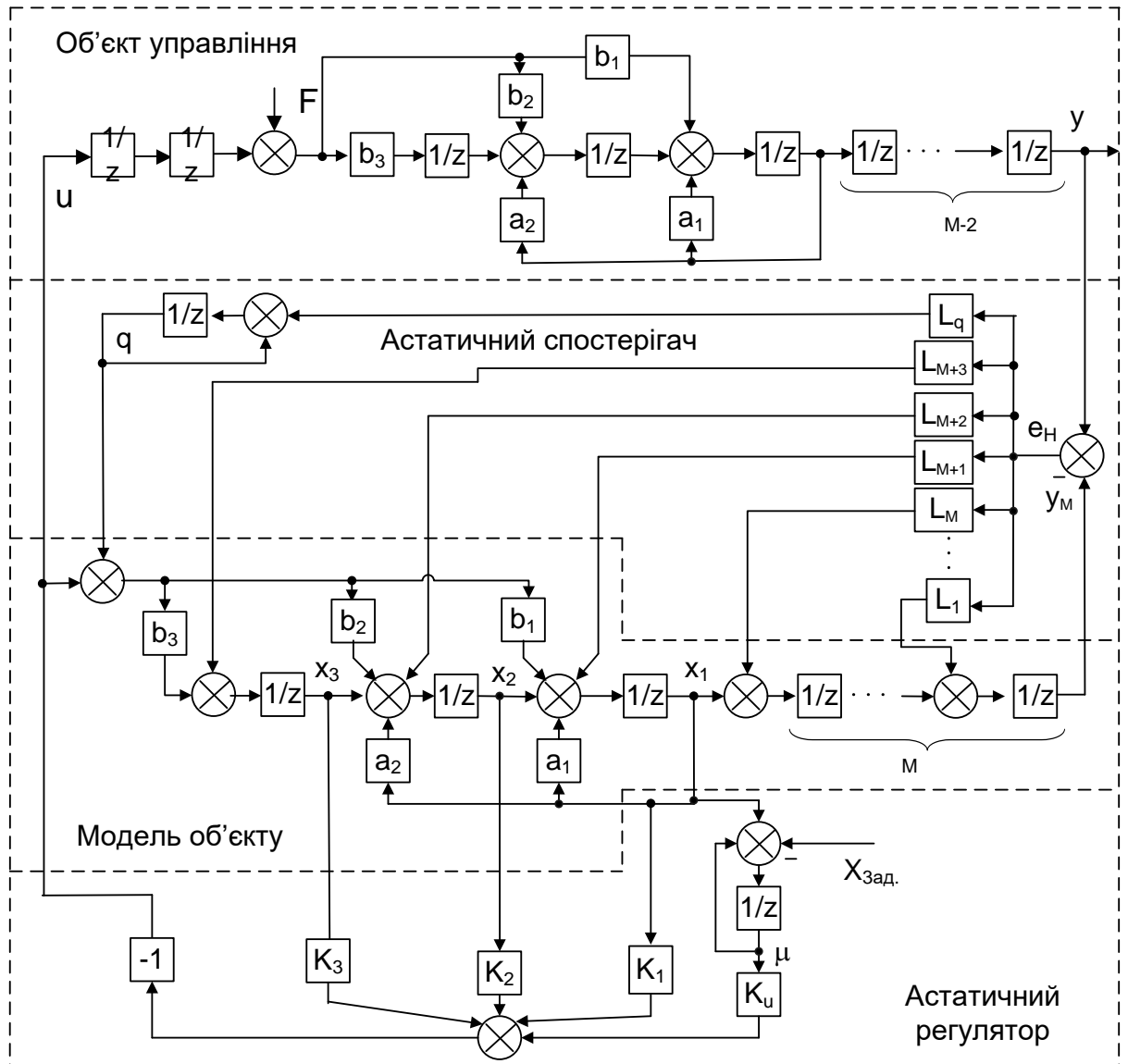


Рисунок 3.6 – Структурна схема системи управління (для довільного запізнювання M)

$M = 5$:

$$\begin{aligned}
L_q &= \frac{(1-b_n)^9}{b_1+b_2+b_3}; \\
L_1 &= a_1+1-9b_n; \\
L_2 &= (a_1+1)L_1+a_2-a_1+36b_n^2; \\
L_3 &= (a_1+1)L_2+(a_2-a_1)L_1-a_2-84b_n^3; \\
L_4 &= (a_1+1)L_3+(a_2-a_1)L_2-a_2L_1+126b_n^4; \\
L_5 &= (a_1+1)L_4+(a_2-a_1)L_3-a_2L_2-126b_n^5; \\
L_6 &= (a_1+1)L_5+(a_2-a_1)L_4-a_2L_3+84b_n^6;
\end{aligned}$$

(3.30)

$$\begin{aligned}
L_7 &= L_6+(a_2-a_1)L_5-a_2L_4-b_1L_q-36b_n^7; \\
L_8 &= b_3L_q+b_n^9;
\end{aligned}$$

Таким чином, узагальнюючи ці формули для довільного M отримаємо наступні рекурентні формули для обчислень коефіцієнтів спостерігача:

Для $M = 1$:

$$\begin{aligned}
L_q &= \frac{(1-b_n)^5}{b_1+b_2+b_3}; \\
L_1 &= a_1+1+c_1b_n; \\
L_2 &= (a_1+1)L_1+a_2-a_1+c_2b_n^2; \\
L_3 &= L_2+(a_2-a_1)L_1-a_2-b_1L_q+c_3b_n^3; \\
L_4 &= b_3L_q+(-1)^{M+3}b_n^{M+4}.
\end{aligned}$$

(3.31)

Для $M > 1$:

$$\begin{aligned}
L_q &= \frac{(1-b_n)^{M+4}}{b_1+b_2+b_3}; \\
L_1 &= a_1+1+c_1b_n; \\
L_2 &= (a_1+1)L_1+a_2-a_1+c_2b_n^2; \\
L_3 &= (a_1+1)L_2+(a_2-a_1)L_1-a_2+c_3b_n^3; \\
&\dots \\
L_j &= (a_1+1)L_{j-1}+(a_2-a_1)L_{j-2}-a_2L_{j-3}+c_jb_n^j; \text{ для } j=4,\dots,M+1; \\
&\dots \\
L_{M+2} &= L_{M+1}+(a_2-a_1)L_M-a_2L_{M-1}-b_1L_q+c_{M+2}b_n^{M+2}; \\
L_{M+3} &= b_3L_q+(-1)^{M+3}b_n^{M+4};
\end{aligned} \tag{3.32}$$

де $c_j = (-1)^j \times S_{M+4}^j$, а S_{M+4}^j - число сполучень із $M+4$ по j , $j = 1, 2 \dots M+2$.

Можна показати, що зі збільшенням M (запізнювання в об'єкті) збільшується число L_i . Причому формули носять рекурентний характер, якщо покласти $b_n=0$, то в такому спостерігачі процеси будуть закінчуватися за n тактів (n - порядок системи). Це аперіодичний спостерігач.

На практиці $b_n > 0$, особливо при наявності значного рівня шуму. У цьому випадку поряд з виконанням функції упереджувача спостерігач буде здійснювати і фільтрацію вихідного сигналу.

Таким чином, тільки використання опису динаміки об'єкта із запізненням в канонічній формі спостережливості дозволило отримати рекурентні розрахункові формули для коефіцієнтів астатичного спостерігача повного порядку. Ці формули можуть застосовуватися для автоматичного перерахунку коефіцієнтів адаптивних регуляторів стану зі спостерігачами при зміні параметрів об'єкта управління, які, в свою чергу, можуть оцінюватися за допомогою одного з методів ідентифікації.

3.2 Функціональна схема моделювання прогнозованої оптимальної системи управління третього порядку із запізненням

Аналогічно попередньому випадку, будемо використовувати безперервний алгоритм оптимального управління об'єкта третього порядку. Відповідна структурна схема оптимальна за швидкодією системи керування зі спостерігачем приведена на рис.3.7.

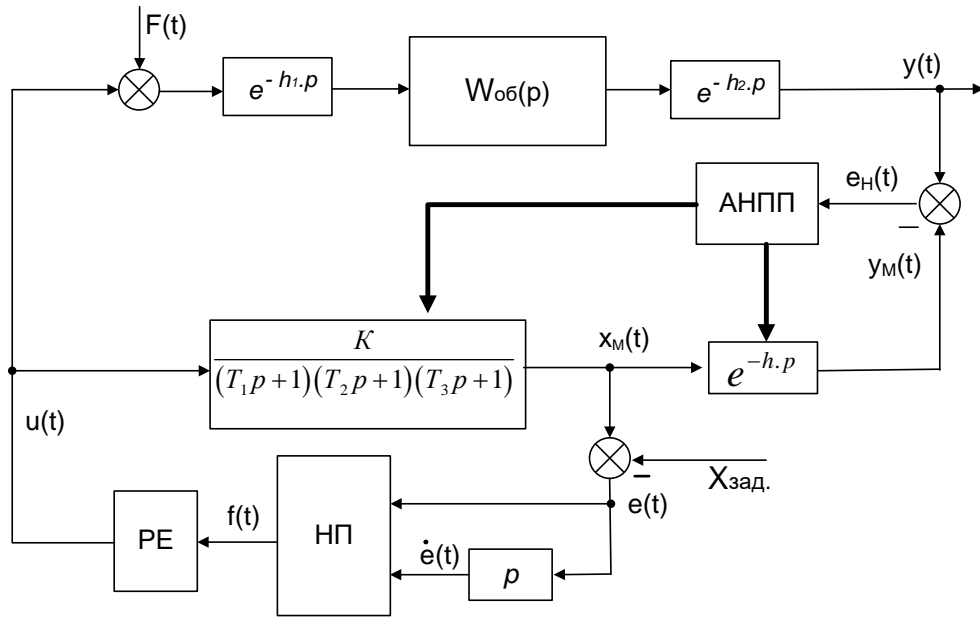


Рисунок 3.7 – Структурна схема оптимального за швидкодією регулятора для об'єктів 3-го порядку із запізненням

Безперервні алгоритми оптимального управління в цьому випадку, по [6], має вигляд

$$\begin{aligned}
 e(t) &= X_m(t) - X_{зад.}; \\
 z_2(t) &= \frac{2 \times (T_1 + T_2 + T_3)}{3 \times T_1 \times T_2 \times T_3} \times e(t) + \dot{e}(t); \\
 f(t) &= e(t) + \frac{T_1 \times T_2 \times T_3}{2 \times K} \times z_2(t) \times |z_2(t)|; \\
 \begin{cases} f(t) \geq 0 \Rightarrow \text{sign}(f(t)) = 0 \\ f(t) < 0 \Rightarrow \text{sign}(f(t)) = -1 \end{cases} \\
 u(t) &= -U_{\max} \text{sign}(f(t))
 \end{aligned}$$

(3.33)

На рис.3.8. показана структурна схема цифрової оптимальної за швидкодією системи керування для довільної затримки М.

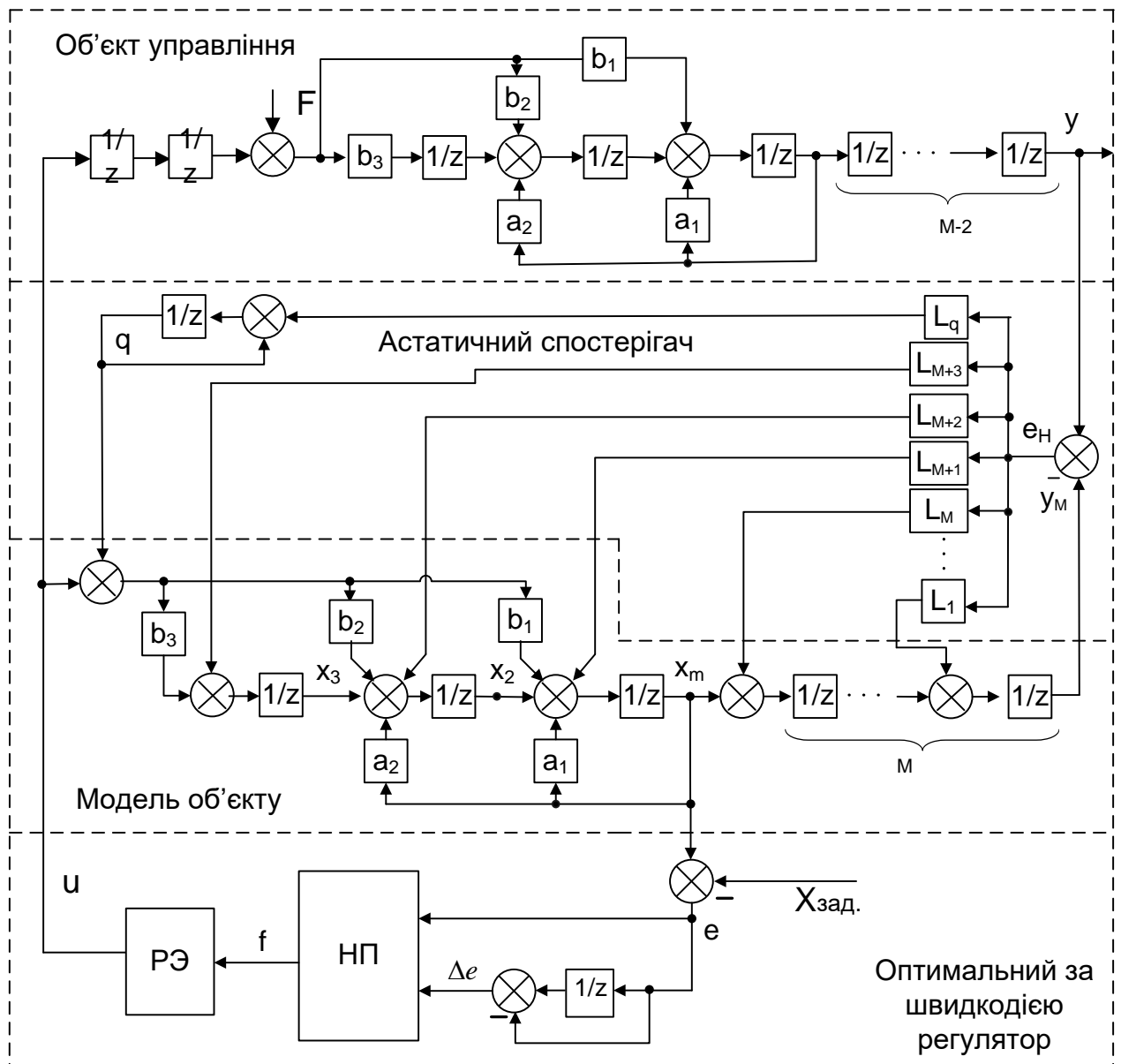


Рисунок 3.8 – Структурна схема оптимального за швидкістю регулятора для управління об'єктів 3-го порядку у цифровому вигляді

Наведемо алгоритм цифрової реалізації регулятора

$$\begin{aligned}
e(k) &= X_m(k) - X_{\text{зад.}}; \\
\Delta e(k) &= \frac{e(k) - e(k-1)}{T_k} \\
z_2(k) &= \frac{2 \times (T_1 + T_2 + T_3)}{3 \times T_1 \times T_2 \times T_3} \times e(k) + \Delta e(k); \\
f(k) &= e(k) + \frac{T_1 \times T_2 \times T_3}{2 \times K} \times z_2(k) \times |z_2(k)|; \\
\begin{cases} f(k) \geq 0 \Rightarrow \text{sign}(f(k)) = 0 \\ f(k) < 0 \Rightarrow \text{sign}(f(k)) = -1 \end{cases} \\
u(k) &= -U_{\max} \text{sign}(f(k))
\end{aligned}$$

(3.34)

Як і в попередньому випадку з результатів, отриманих вище наведемо рекурентні формули для коефіцієнтів спостерігача

$$\begin{aligned}
L_1 &= a_1 + 1 + c_1 b_n; \\
L_2 &= (a_1 + 1)L_1 + a_2 - a_1 + c_2 b_n^2; \\
L_3 &= (a_1 + 1)L_2 + (a_2 - a_1)L_1 - a_2 + c_3 b_n^3; \\
&\dots \\
L_j &= (a_1 + 1)L_{j-1} + (a_2 - a_1)L_{j-2} - a_2 L_{j-3} + c_j b_n^j; \text{ для } j = 4, \dots, M+1; \\
&\dots \\
L_{M+2} &= L_{M+1} + (a_2 - a_1)L_M - a_2 L_{M-1} - b_1 L_q + c_{M+2} b_n^{M+2}; \\
L_q &= \frac{(1 - b_n)^{M+4}}{b_1 + b_2 + b_3}; \\
L_{M+3} &= b_3 L_q + (-1)^{M+3} b_n^{M+4};
\end{aligned}$$

(3.35)

де $c_j = (-1)^j \times S_{M+4}^j$, а S_{M+4}^j - число сполучень із $M+4$ по j , $j = 1, 2 \dots M+2$.

На рис.3.9 показані графіки відпрацювання завдання і обурення в оптимальній по швидкодії цифровій системі управління об'єкту третього порядку із запізненням.

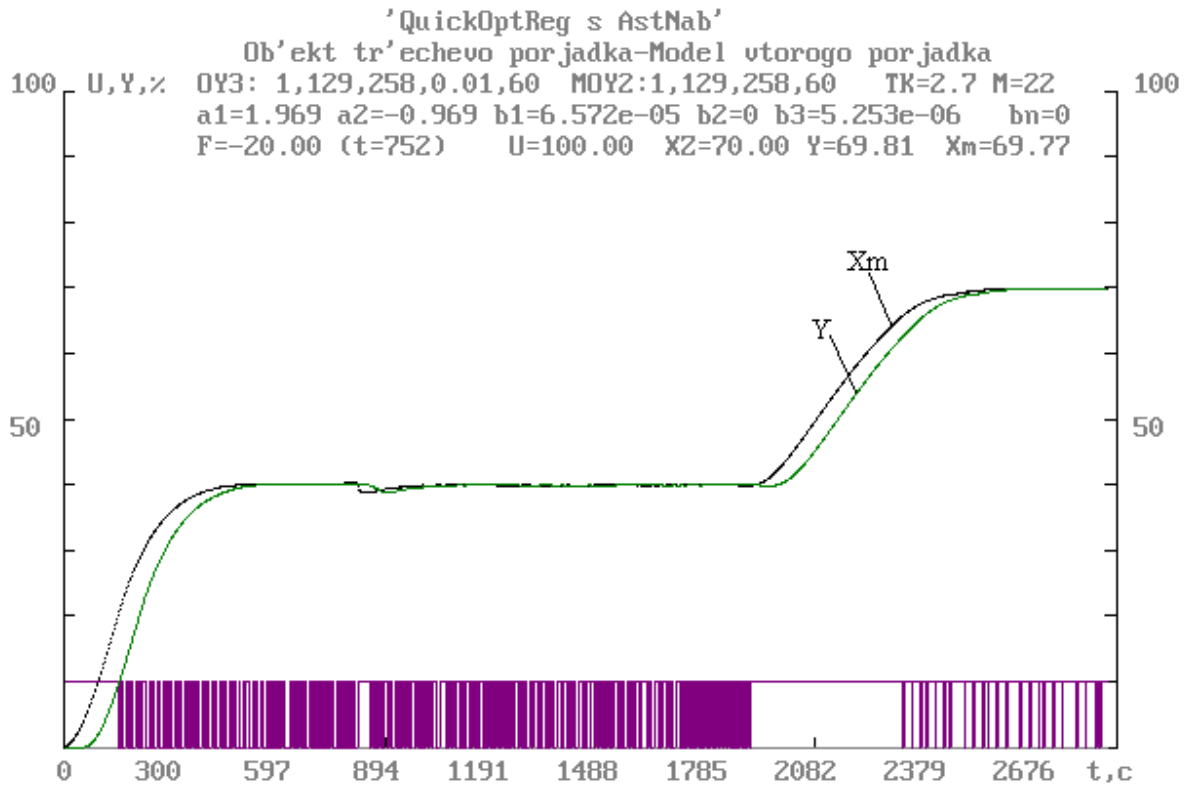


Рисунок 3.9 — Графік відпрацювання завдання і обурення системи управління

Як видно з графіка процес носить оптимальний за швидкодією характер. Однак при відпрацюванні обурення спостерігається поява невеликої статичної помилки. Так, наприклад, при обуренні -20%, величина статичної помилки становить 0.19%, що на практиці цілком допустимо.

3.3 Результати моделювання процесів прогнозованого оптимального за витратою палива управління системою третього порядку із запізненням

Передавальна функція коливальної ланки має вигляд

$$W(p) = \frac{K(T_d p + 1)e^{-\tau p}}{T_1 p^2 + 2\xi T p + 1},$$

(3.36)

Для зручності перепишемо (3.36) у вигляді

$$W(p) = \frac{K(T_d p + 1)e^{-\tau p}}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}$$

(3.37)

Як відзначилося вище, застосовуючи модифіковане Z-перетворення об'єкт коливального виду (3.36) теж можна представити в дискретному описі в координатах вхід-вихід:

$$y(k) = a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + b_1 u(k-1-M) + b_2 u(k-2-M) + b_3 u(k-3-M),$$

(3.38)

З огляду на громіздкі в описі коефіцієнтів цього опису, проводимо їх через допоміжні формули:

$$\left\{ \begin{array}{l} A1 = \frac{T_2}{2T_1^2}; A0 = \frac{1}{T_d}; B1 = \frac{\sqrt{4T_1^2 - T_2^2 - T_3^2}}{2T_1^2}; \\ F = \text{artg}\left(\frac{A1^2 + B1^2 - A1 \times A0}{A0 \times B1}\right); G = \frac{1}{\cos(F)}; \\ m = 1 - c; L = \exp(-A1 \times m \times T_k); \\ B = L \times G \times \cos(m \times B1 \times T_k + F); \\ C = L \times G \times \exp(-A1 \times T_k) \times \cos((1 - m) \times B1 \times T_k - F); \\ D = 2 \times \exp(-A1 \times T_k) \times \cos(B1 \times T_k); \\ E = \exp(-2 \times A1 \times T_k); \\ a_1 = D; a_2 = -E; b_1 = K \times (1 - B); b_2 = K \times (B + C - D); b_3 = K \times (E - C). \end{array} \right.$$

(3.39)

Тут позначені: T_K - період квантування, $\tau/T_K = M + c$ - відношення запізнювання до періоду квантування, причому M - ціла частина, c - дрібна частина відносини.

Відзначимо що опис коливальної ланки в просторі стану вхід-вихід (3.37) збігається з тим, що у інерційного об'єкта другого порядку. На рис. 3.10. показані графіки відпрацювання завдання і обурення в системі управління модальним регулятором зі статичним спостерігачем.

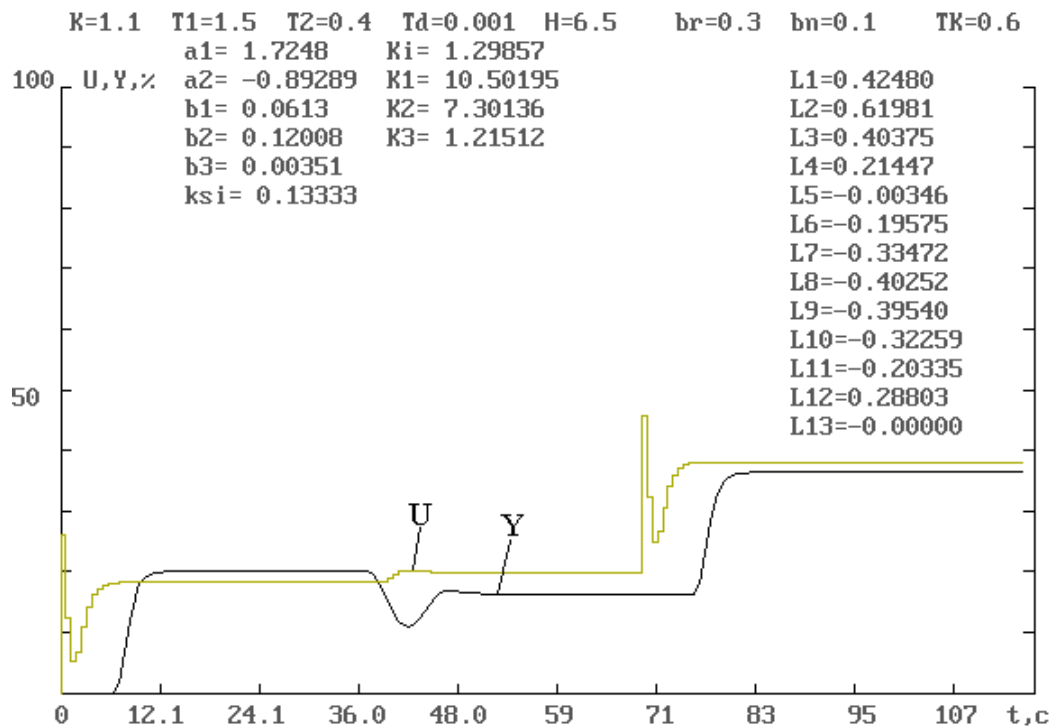


Рисунок 3.10 – Графіки відпрацювання завдання і обурення модальним регулятором зі статичним спостерігачем повного порядку

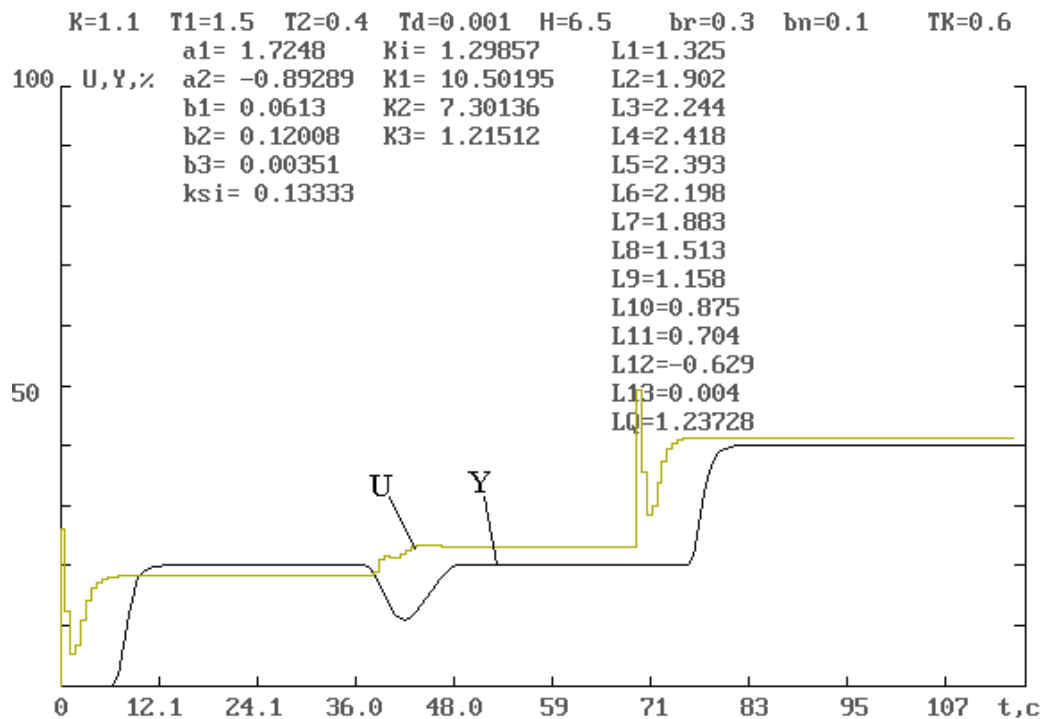


Рисунок 3.11 – Графіки відпрацювання завдання і обурення модальним регулятором зі астатичним спостерігачем повного порядку (обурення $F = -5$)

Як видно з графіка (рис. 3.10), є статичні помилки, що характерно для статичного спостерігача. А на рис. 3.11 показані графіки

відпрацювання завдання і обурення в системі управління модальним регулятором з астатичним спостерігачем. Як видно, статичної помилки немає. Зауважимо що, в обох випадках об'єкт має однакові параметри. І обурення, що діє на систему однакове, але статичний спостерігач не в змозі компенсувати його, а астатичний спостерігач швидко переводить систему в попередній стан.

Аналогічно попередньому випадку спочатку наводимо цифровий опис немінімально-фазового об'єкта.

$$W(p) = \frac{K(T_d p + 1)e^{-\tau p}}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}.$$

(3.40)

У просторі стану вхід-вихід опис немінімально-фазового об'єкта має вигляд

$$y(k) = a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + b_1 u(k-1-M) + b_2 u(k-2-M) + b_3 u(k-3-M), \quad (3.41)$$

коефіцієнти обчислюються за тими ж формулами, що і в (3.39) за винятком того, що замість T_d будемо поставити $-T_d$.

На рис. 3.12 і 3.13 показані графіки відпрацювання завдання і обурення регулятором зі статичним (рис. 3.12) і з астатичним (рис. 3.13) спостерігачем.

Як правило, при налаштуванні системи управління, фіксуємо b_n і варіюючи b_r так, щоб забезпечувалась необхідна якість. З метою з'ясування значення коріння b_r на динаміці системи, фіксуємо всі параметри і варіюючи b_r , отримуємо графіки показані на рисунках.

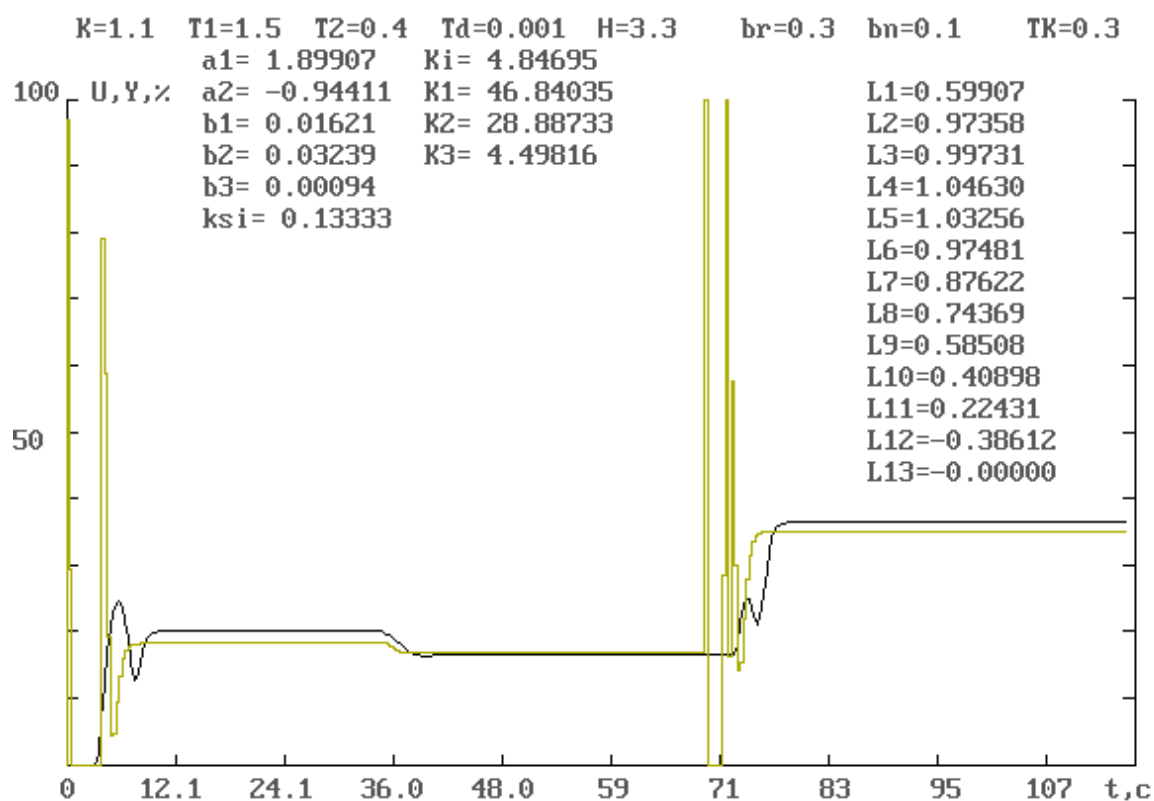


Рисунок 3.12 — Графіки відпрацювання завдання і обурення модальним регулятором зі статичним спостерігачем повного порядку

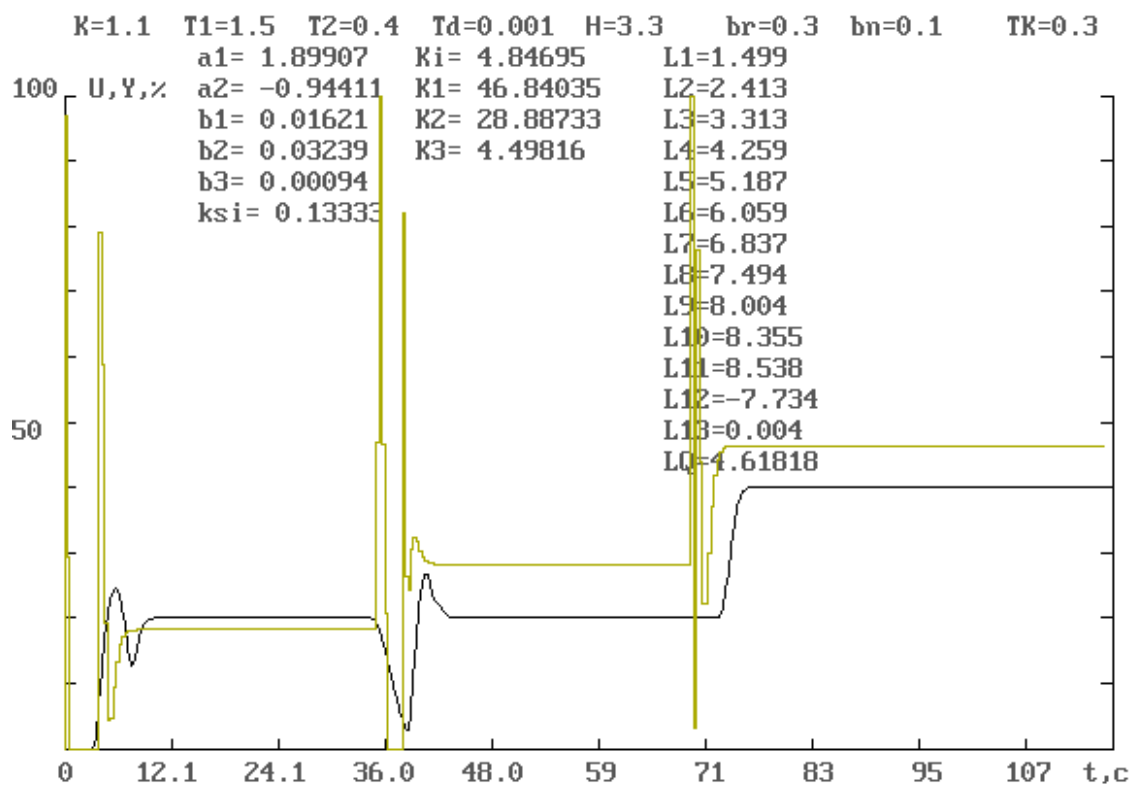


Рисунок 3.13 — Графіки відпрацювання завдання і обурення
 модальним регулятором із астатичним спостерігачем повного порядку
 (обурення $F = -5$)

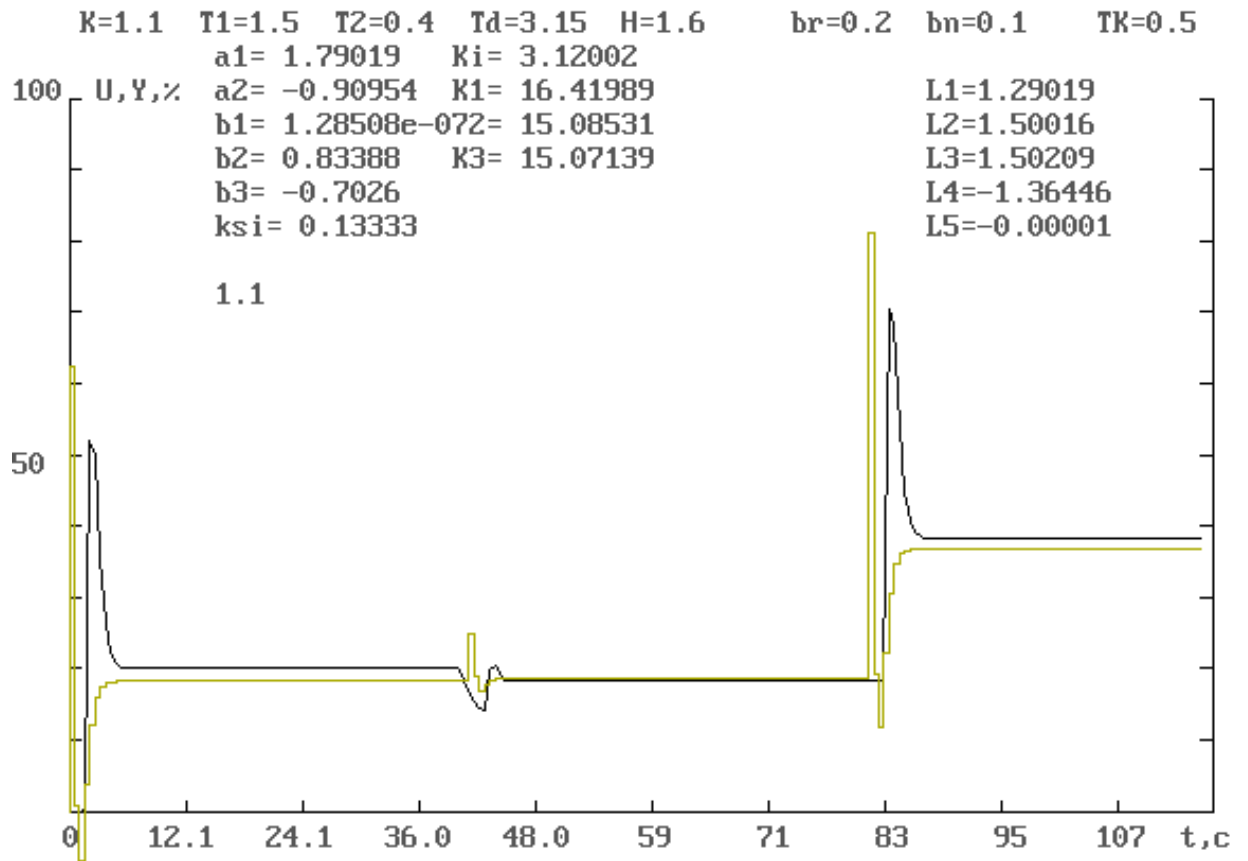


Рисунок 3.14 — Динаміка системи управління при $b_r = 0.2$

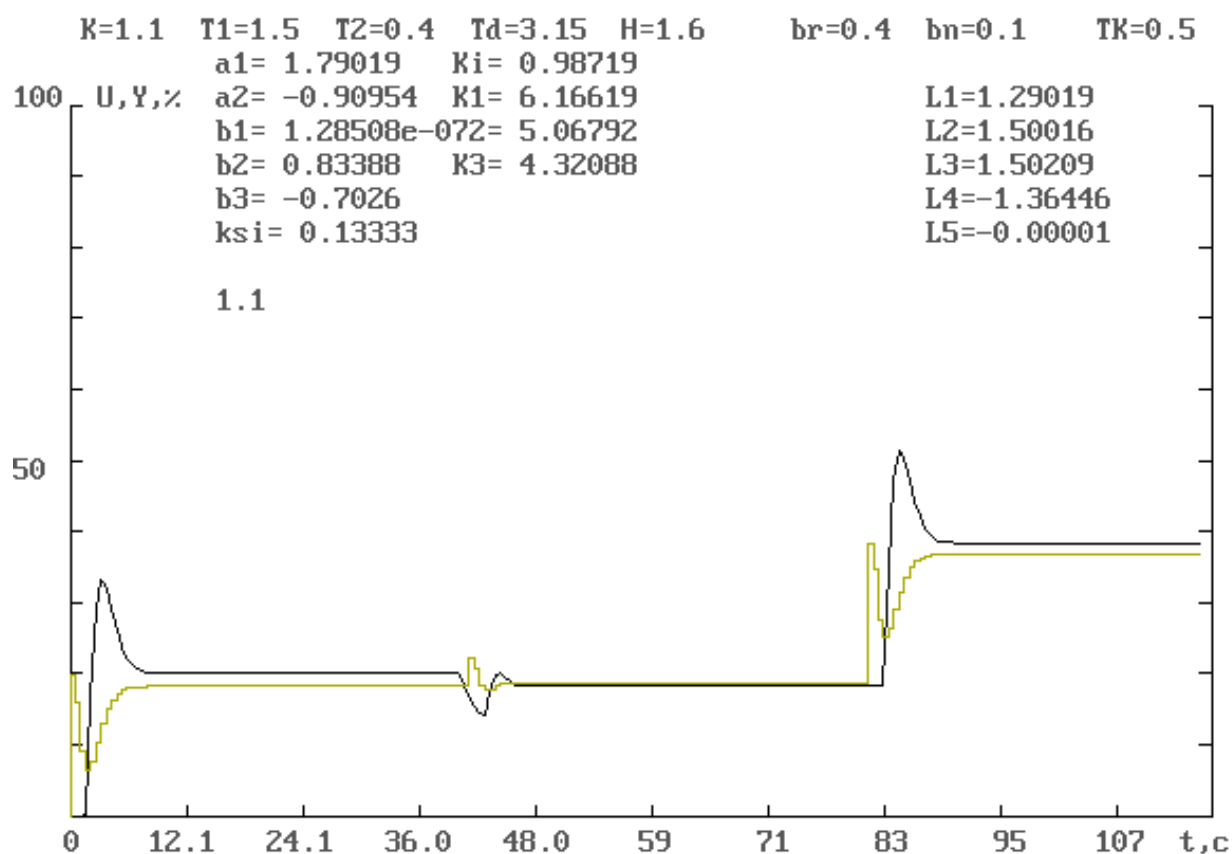


Рисунок 3.15 — Динаміка системи управління при $b_r = 0.4$

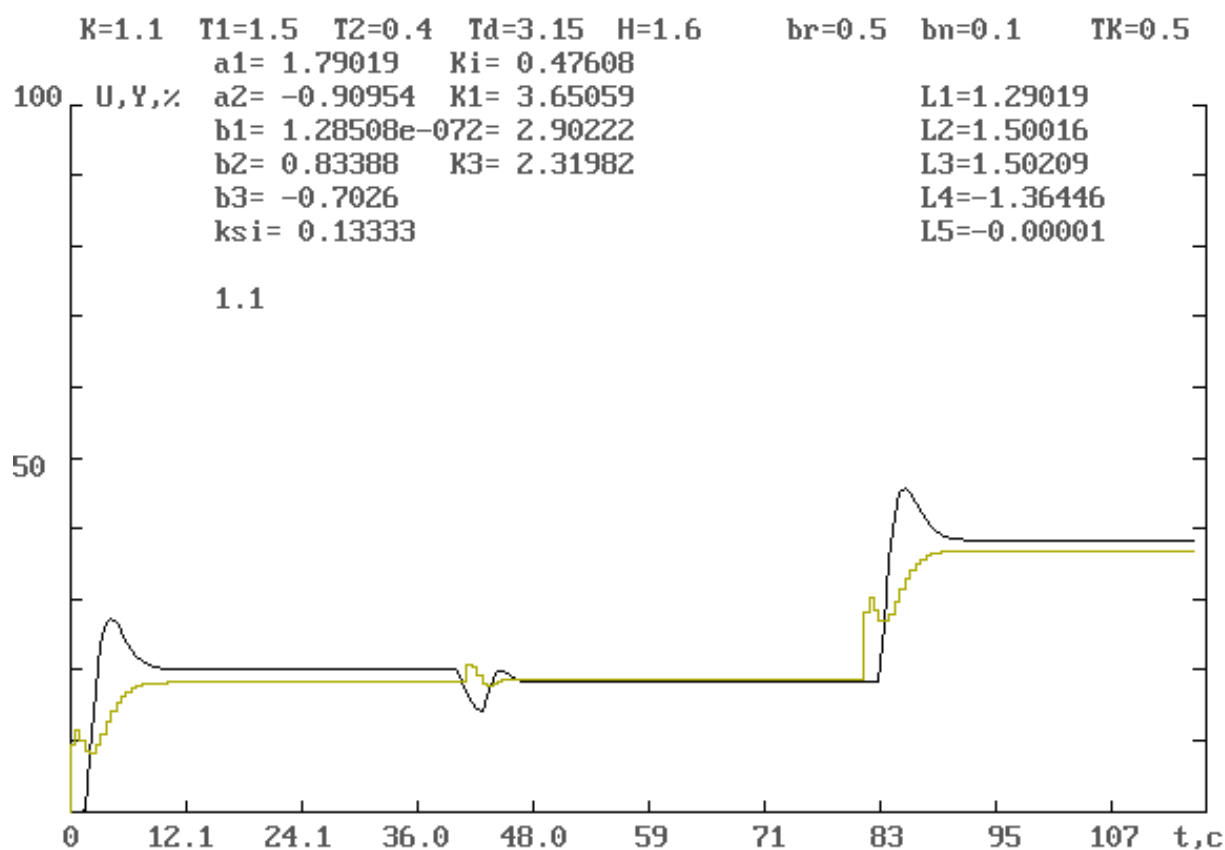


Рисунок 3.16 — Динаміка системи управління при $b_r = 0.5$

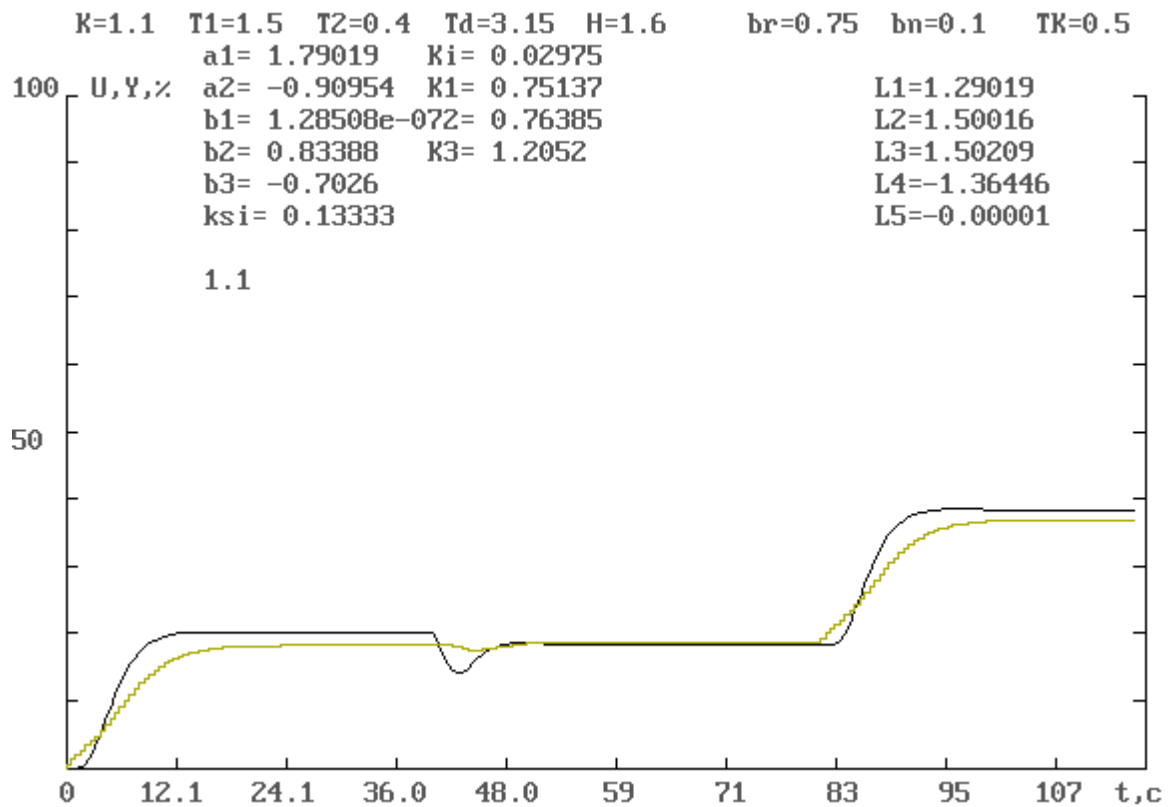


Рисунок 3.17 — Динаміка системи управління при $b_r = 0.75$

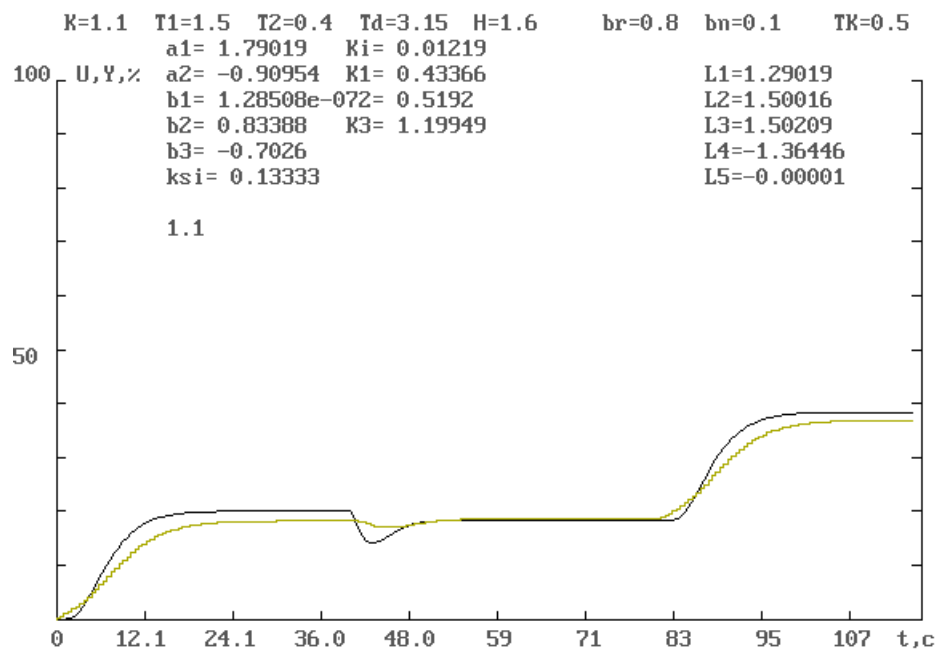


Рисунок 3.18 — Динаміка системи управління при $b_r = 0.8$

Легко побачити на графіках, що при збільшенні b_r перехідний процес стає плавним, а при малих значеннях, спостерігається кидки перехідного процесу, і при $b_r = 0.6-0.75$ динаміка виходить найкраща,

перехідний процес в цьому випадку має вигляд, дуже близький до оптимального процесу.

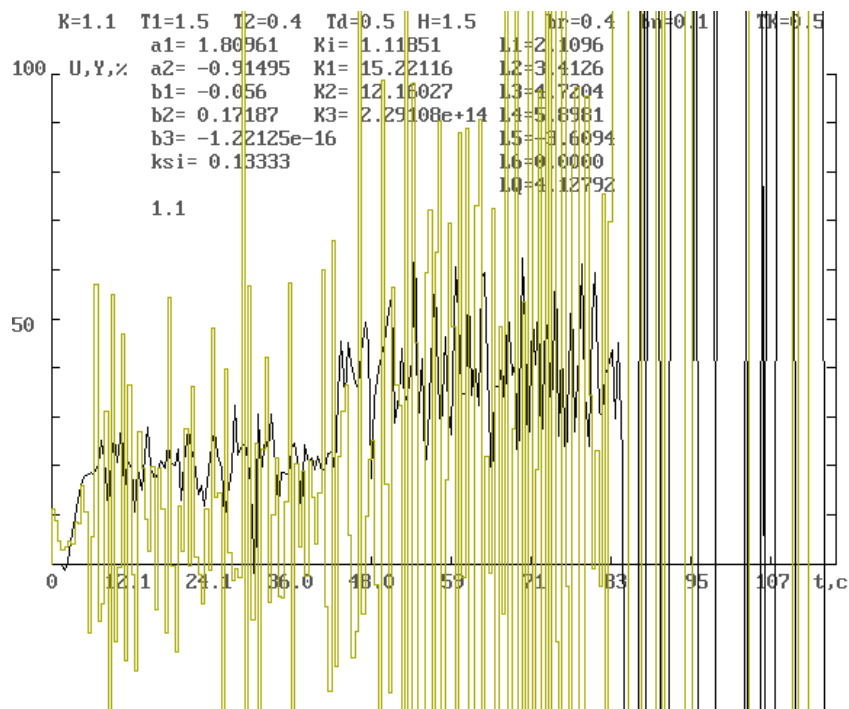


Рисунок 3.19 — Нестійкий процес при великому запізненні

Так само при дослідженні виявлений наступний по відношенню між запізненням h і значенням коріння характеристичного рівняння b_r . При збільшенні запізнювання стає все більш форсуючим і при деякому значенні h система втратить стійкість і процес стає розбіжним. Шляхом зменшення b_r ми можемо надати системі якусь стійкість. На рис. 3.19 показаний нестійкий процес у зв'язку з великим запізненням, а на рис. 3.20 показаний стійкий процес після регулювання b_r з боку зменшення

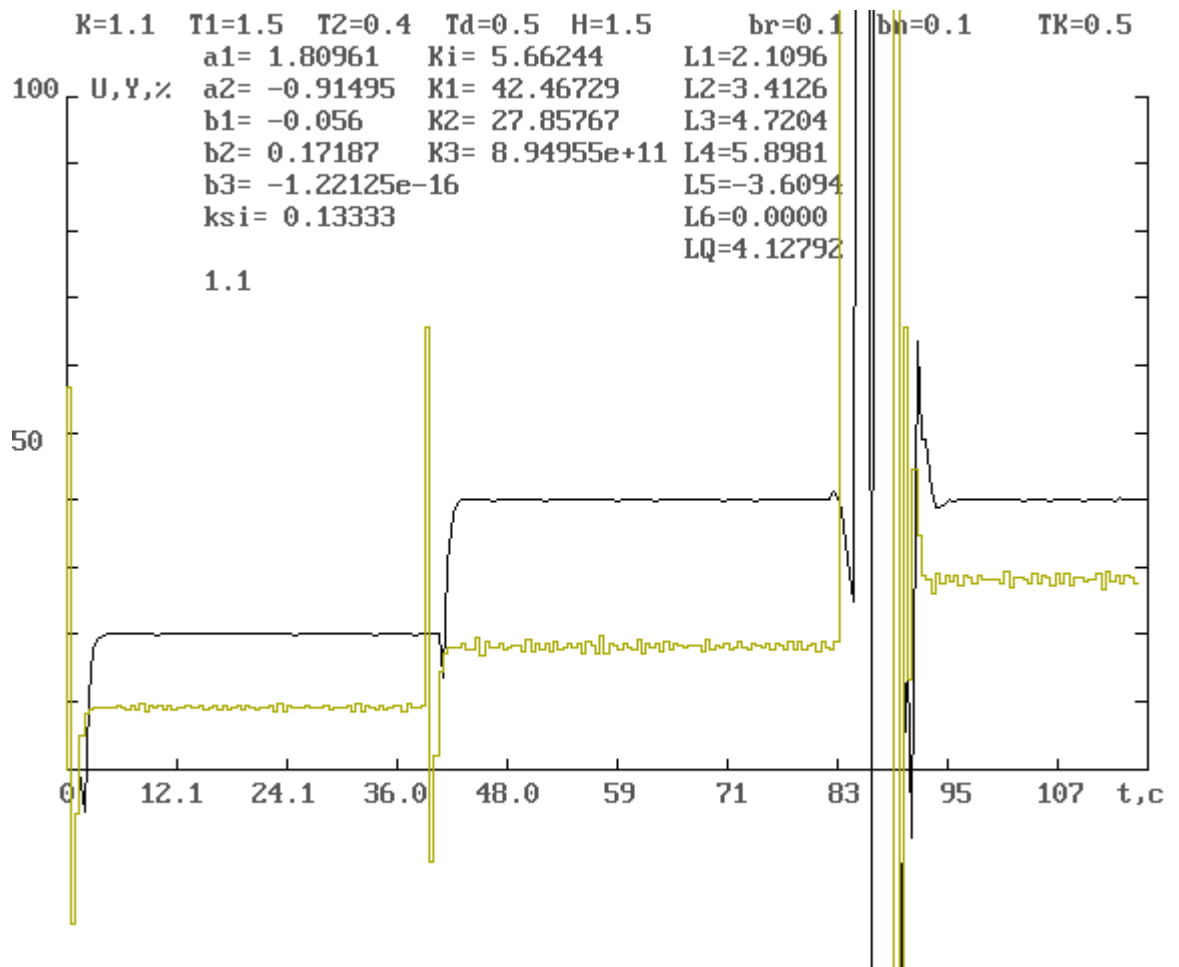


Рисунок 3.20 — Стійкий процес після зменшення b_r

Таким чином, шляхом обрання відповідного значення b_r можна домогтися необхідної якості управління і збільшити стійкість систем в цілому.

Відомо, що в системі управління регулятора зі статичним спостерігачем присутня деяка статична помилка. З метою встановити залежності значення статичної помилки від величини відносини запізнювання до періоду квантування проводимо відповідні дослідження. Спочатку проводимо дослідження роботи модального регулятора зі статичним спостерігачем для об'єкту другого порядку, варіюючи значення запізнювання і розраховувати статичні помилки на виході маємо такі результати:

Таблиця 3.1 — Значення статичної помилки при різних значеннях τ / T

τ / T	0	0.05	0.075	0.125	0.15	0.2	0.22	0.3	0.35	0.4	0.5
ΔY	0	587	023	023	347	347	856	856	856	292	292
τ / T	0.54	0.6	0.66	0.67	0.7	0.79	0.8	0.85	0.95	0.95	1.00
ΔY	2.668	2.668	2.668	2.991	2.991	2.291	3.270	3.270	3.270	3.510	3.510
τ / T	1.07	1.1	1.15	1.2	1.33	1.34	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
ΔY	3.716	3.716	3.716	3.894	3.894	4.18	4.18	4.29	4.29	4.392	4.476

За отриманими результатами (таблиця 3.1) апроксимуємо за допомогою математичного апарату MathCAD (version 11) отримуємо лінію, що відображає залежність величини статичної помилки від відносин τ / T . Нижче наведено фрагмент документа MathCAD, в якому здійснено обробку отриманих даних.

$\Delta Y1 :=$

0	0.05	0.075	0.125	0.15	0.2
0	0.587	1.023	1.023	1.347	1.347

```

data := ΔY1T      data := csort(data,0)
X := data<0>      Y := data<1>
n := rows(data)    ssmu := supsmooth(X,Y)

```

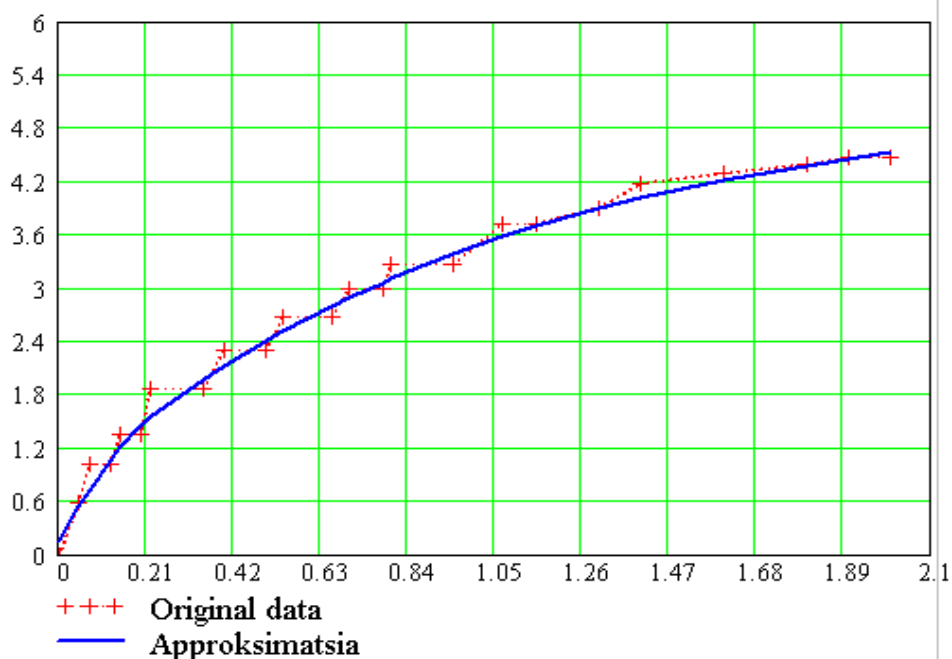


Рисунок 3.21 — Апроксимація залежності статичної помилки від значення τ / T

Для об'єкта третього порядку, за аналогічними методами, отримуємо наступні дані.

Таблиця 3.2 — Значення статичної помилки при різних значеннях τ / T

τ / T	0	0.06	0.1	0.135	0.2	0.3	0.4	0.425	0.5	0.55
ΔY	0	370	972	972	845	845	845	76	76	76
τ / T	0.6	0.625	0.7	0.83	0.9	1.05	1.2	1.25	1.3	1.4
ΔY	76	496	496	068	068	493	493	801	801	801
τ / T	1.45	1.47	1.55	1.66	1.75	1.80	1.88	1.9	1.95	2.05
ΔY	5019	5019	5019	5172	5172	5172	5278	5278	5278	5278

Використовуючи систему MathCAD, обробляємо отримані дані (таблиця 3.2), відображаємо залежність величини статичної помилки від відносин τ / T .

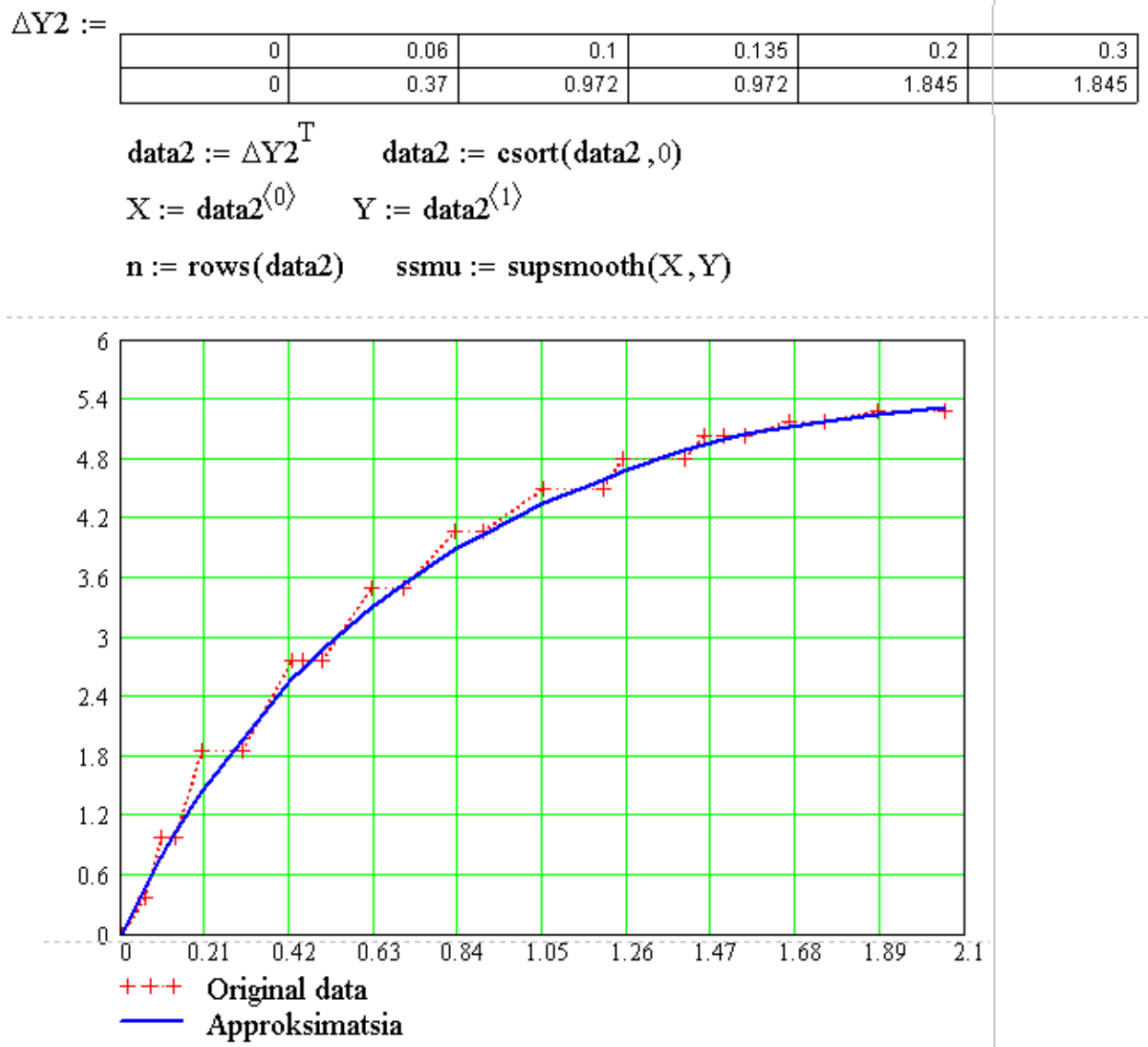


Рисунок 3.22 — Апроксимація залежності статичної помилки від значення τ / T

Таким чином, в обох випадках (другого і третього порядку) залежність величини статичної помилки від відносин τ / T має вигляд, наближений до прямої лінії.

РОЗДІЛ 4

РОЗРОБКА СТАРТАП ПРОЕКТУ

4.1 *Опис ідеї проекту*

Таблиця 4.1 — Опис ідеї стартап-проекту

Зміст ідеї	Напрямки застосування	Вигоди для користувача
Розробка прогнозованого оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням	1. Підвищення ефективності управління об'єктами третього порядку з запізненням	Нові механізми застосування управління об'єктами третього порядку з запізненням
	2. Оптимізація вихідних параметрів управління об'єктами третього порядку з запізненням, які впливають на оптимальне управління	Продуктивність застосування управління об'єктами третього порядку з запізненням
	3. Раціональний вибір технічних характеристик апаратури і науково-обґрунтованого вибору параметрів управління об'єктами третього порядку з запізненням	Зниження вартості застосування управління об'єктами третього порядку з запізненням

Конкурентами є аналогічні методи та механізми управління об'єктами третього порядку з запізненням. Основною відмінністю є те, що прогнозоване оптимальне за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням виведено на новий перспективний рівень зі зменшенням негативного впливу на об'єкт.

Довгостроковими перспективами є:

- Збільшення кількості клієнтів, що будуть використовувати прогнозоване оптимальне за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням.
- Додавання новітніх механізмів управління об'єктами третього порядку з запізненням.

Потреби в стартовому фінансуванні:

Стартовий капітал = 7500 грн

Таблиця 4.2 — Визначення сильних, слабких та нейтральних характеристик ідеї проекту

п/п	Техніко-економічні характеристики ідеї	(потенційні) товари/концепції конкурентів				W (слабка сторона)	N (нейтральна сторона)	S (сильна сторона)
		Мій проект	Конкурент 1	Конкурент 2	Конкурент 3			
1.	Бюджетне фінансування	робка за рахунок розробника	робка за рахунок бюджетних коштів	робка комерційна	робка за рахунок розробника	відсутність фінансування	часткова бюджетне фінансування	бюджетне фінансування
2.	Використання сучасної техніки	використовується сучасна техніка	використовується застаріла техніка	використовується техніка застарілої конфігурації	використовується сучасна техніка	сучасна комплектація технікою	часткова комплектація технікою	техніки застарілої конфігурації
3.	Належна матеріально-технічна база	робко проводиться за власні кошти на приватному ПК	бюджетна установка	інформаційний центр	інформаційний центр	інформаційний центр	бюджетна установка	власні кошти на приватному ПК
4.	Налагоджена система реклами продукту	продукт не рекламується	є реклама	продукт не рекламується	є реклама	не має реклами	часткова реклама	рекламується

	Високий рівень розробки	запропоновані методи та алгоритми є досконалими	розробкою досконало та потребують доробок	запропоновані методи та алгоритми є досконалими	розробкою досконало та потребують доробок	розробкою досконало та потребують доробок	розробкою майже досконалою	запропоновані методи та алгоритми є досконалими
	Професіонали програмісти	розробка проводилася студентом	розробка проводилася групою професіоналів	розробка проводилася професіоналом програмістом	розробка проводилася професіоналом програмістом	розробка проводилася студентом	розробка проводилася професіоналом програмістом	розробка проводилася групою професіоналів

4.2 Технологічний аудит ідеї проекту

Визначення технологічної здійсненності ідеї проекту передбачає аналіз таких складових (табл. 4.3):

- за якою технологією буде виготовлено товар згідно ідеї проекту?
- чи існують такі технології, чи їх потрібно розробити/доробити?
- чи доступні такі технології авторам проекту?

Таблиця 4.3 — Технологічна здійсненність ідеї проекту

№ п/п	Ідея проекту	Технології її реалізації	Наявність технологій	Доступність технологій
1	Дослідження особливостей формування прогнозованого оптимального за витратою палива управління об'єктами	Технологія 1 (технологія надання послуги)	потрібно розробити	доступні
2		Технологія 2 (наявність бази досліджень)	наявні	доступні

3	третього порядку з запізненням	Технологія 3 (база проведення досліджень (випробувань))	потрібно розробити	доступні
4		Технологія 4 (оформлення результатів дослідження)	потрібно розробити	доступні
Обрана технологія реалізації ідеї проекту: є можливою				

4.3 Аналіз ринкових можливостей запуску стартап проекту

Визначення ринкових можливостей, які можна використати під час ринкового впровадження проекту, та ринкових загроз, які можуть перешкодити реалізації проекту, дозволяє спланувати напрями розвитку проекту із урахуванням стану ринкового середовища, потреб потенційних клієнтів та пропозицій проектів-конкурентів.

Таблиця 4.4 — Попередня характеристика потенційного ринку стартап-проекту

На основі проведеного дослідження є можливість стверджувати про

п / п	Показники стану ринку (найменування)		Характеристика
	Кількість головних гравців, од		2
	Загальний обсяг продаж, грн/ум.од		75000
	Динаміка ринку (якісна оцінка)		Зростає
	Наявність обмежень для входу (вказати характер обмежень)		не має
	Специфічні вимоги до стандартизації та сертифікації		ДСТУ В 7371:2013 ДСТУ ISO 9000-2007 (ISO 9000:2005, IDT) ДСТУ ITU-T G.957:2010
	Середня норма рентабельності в галузі (або по ринку), %		30

привабливість проекту для входження на ринок за попереднім оцінюванням.

Таблиця 4.2 — Характеристика потенційних клієнтів стартап-проекту

п/п	Потреба, що формує ринок	Цільова аудиторія (цільові сегменти ринку)	Відмінності у поведінці різних потенційних цільових груп клієнтів	Вимоги споживачів до товару
	Дослідження особливостей формування прогнозованого оптимального за витратою палива управління	Технічні центрі проектування	формування параметрів формування прогнозованого оптимального за витратою палива управління	відповідність ДСТУ В 7371:2013 Обов'язкова наявність сертифікатів

	об'єктами третього порядку з запізненням		об'єктами третього порядку з запізненням — техніки-технологі; зниження рівня впливу — програмісти	
--	--	--	---	--

Таблиця 4.3 — Фактори загроз

п/п	Фактор	Зміст загрози	Можлива реакція компанії
1	Агресивність конкурентів	вплив на систему	може порушити налагоджену систему розповсюдження
2	Нестабільність політичної ситуації в світі	балансування курсу	може порушити надійну систему постачальників
3	Висока вартість продукції	підвищення ціни	підвищить агресивність конкурентів
4	Економічні складності	відсутність фінансування	порушили фінансове забезпечення компанії

Таблиця 4.7 — Фактори можливостей

п/п	Фактор	Зміст можливості	Можлива реакція компанії
1	Тривале існування	тривале існування на ринку	на ринку дає можливість виходу на нові ринки
2	Моніторинг потреб споживачів	розуміючи потреби споживачів, розширювати діапазон продукції, що випускається.	розширення діапазону продукції, що випускається.
3	Лібералізація торговельних бар'єрів	робота менеджменту	призведе до поліпшення налагодженої системи розповсюдження
4	Висока вартість продукції в порівнянні з ключовими конкурентами	встановлення високої ціни	утруднить вихід на нові ринки
5	Стабілізація бізнес-середовища	формування стабільного середовища	за рахунок стабілізації бізнес-середовища можна поліпшити фінансове забезпечення компанії

Таблиця 4.8 — Ступеневий аналіз конкуренції на ринку

Особливості конкурентного середовища	В чому проявляється дана характеристика	Вплив на діяльність підприємства (можливі дії компанії, щоб бути конкурентоспроможною)
1. Вказати тип конкуренції - монополія/олігополія/ монополістична/чиста	Локальний/національний бізнес. Глобальні сили є не досить вагомими по відношенню до локальних сил, які визначаються наявністю сертифікації, відповідності держ нормам і стандартам, регулюванням технічної галузі державою.	працює в рамках підвищення параметрів формування прогнозованого оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням
2. За рівнем конкурентної боротьби - локальний/національний/...	Локальний	Ведучи конкуренцію на локальному рівні, компанії необхідно прикласти належні зусилля для охоплення всього ринку
3. За галузевою ознакою - міжгалузева/внутрішньогалузева	Внутрішньогалузева. Конкуренція на ринку ведеться в технічній галузі України	Необхідно зосередити зусилля на пошуку конкурентних переваг, які дозволять компанії займати стійкі конкурентні позиції
4. Конкуренція за видами товарів: - товарно-родова - товарно-видова - між бажаннями	Товарно-родова. Конкуренція на рівні технології задоволення потреб. Існує конкуренція з іншими моделями, алгоритмами	методи формування прогнозованого оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням водночас веде конкурентну боротьбу як з товарами-субститутами
5. За характером конкурентних переваг - цінова / нецінова	Нецінова. При виборі алгоритмів та методів споживач звертає увагу на ефективність методів та рівень якості процесу управління об'єктами третього порядку з запізненням. Цінова. Для значної частки споживачів ціна є визначальною при виборі.	Головною конкурентною перевагою є унікальність позиціонування
6. За інтенсивністю - марочна/не марочна	Марочна.	Диференціація методів та моделей за мотивом задоволення потреб споживачів

Таблиця 4.9 — Аналіз конкуренції в галузі за М. Портером

Склад ові аналізу	Прямі конкуренти в галузі	Потенційні конкуренти	Постачаль ники	Клієнти	Товари -замінники
	Навести перелік прямих конкурентів	Визначити бар'єри входження в ринок	Визначити фактори сили постачальник ів	Визначити фактори сили споживачів	Фактор и загроз з боку замінників
Висн овки:	На ринку спостерігається тенденція до скорочення кількості технічних установ і посилення конкуренції на ринку. Вступ України до СОТ відкрив дорогу іноземним виробникам. Великі компанії з іноземним капіталом постійно збільшують контрольовану ними частку ринку, поглинаючи конкурентів.	Бар'єри входу на ринок є порівняно незначними. Вартість організації бізнесу з виробництва сучасних механізмів формування прогнозованого оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням сягає 100 тис. дол. Обов'язковою є сертифікація продукції.	Існує чітка залежність від постачальників якості продукції. Також ціна кінцевої продукції залежить від рівня сертифікації.	Споживачі мають широку географію і проживають переважно у містах. Покупка програмних додатків та алгоритмів реалізації параметрів процесу формування прогнозованого оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням часто носить імпульсний характер.	Посилилася конкуренція зі сторони товарів-субститутів – інших видів методів та алгоритмів формування прогнозованого оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням, за рахунок збільшення асортименту останніх та появи нових для ринку категорій.

Отже, відповідно до наведеного вище аналізу головними силами, які діють на конкуренцію в галузі є постачальники та споживачі. Також в силу розвитку ринку все більшого значення набуває інтенсивність

конкуренції між існуючими конкурентами та загроза зі сторони товарів-субститутів.

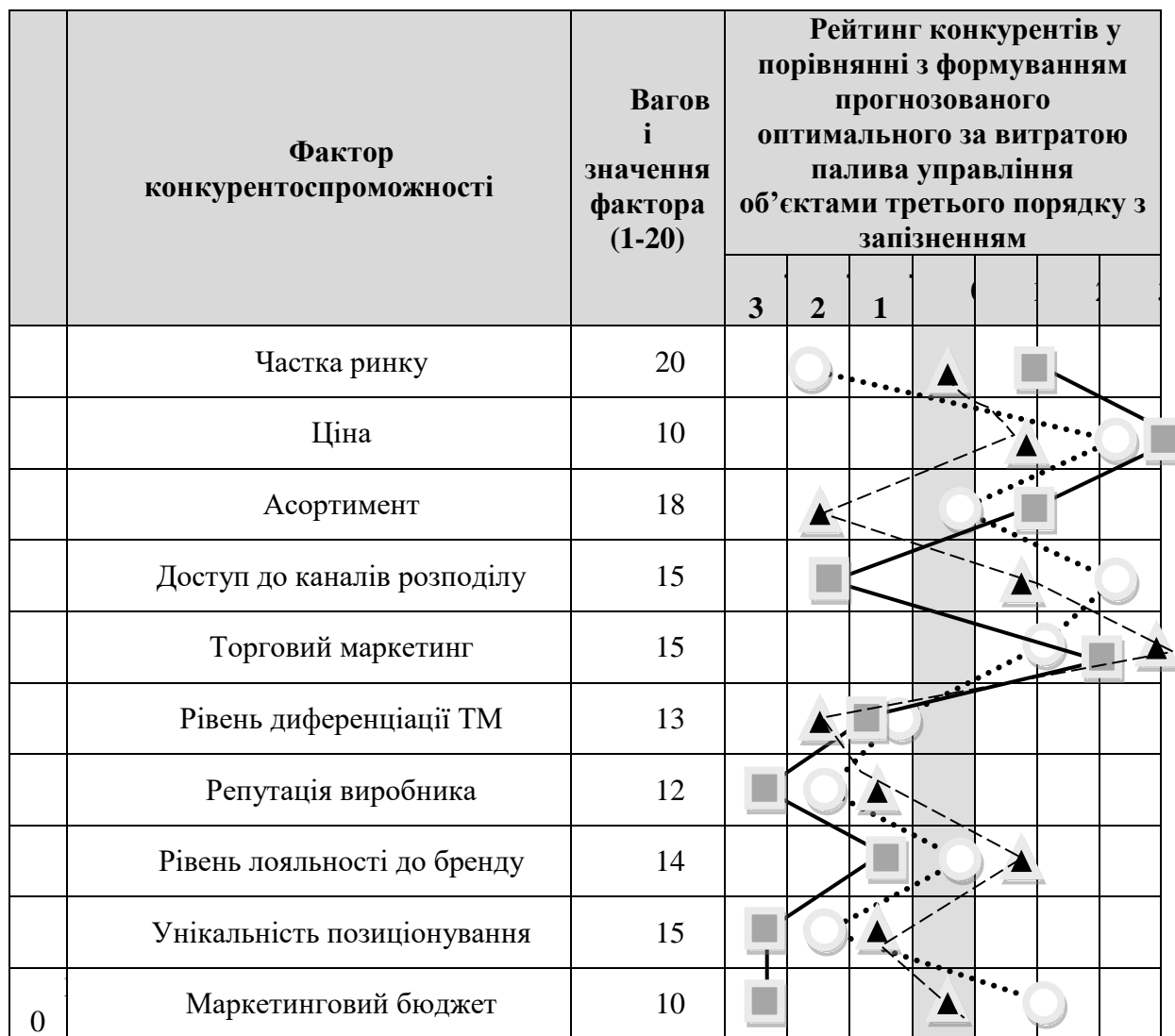
Таким чином в межах структурного підходу до аналізу конкуренції тип конкуренції – монополістична конкуренція.

Таблиця 4.4 — Обґрунтування факторів конкурентоспроможності

Фактор конкурентоспроможності	Обґрунтування вибору
Частка ринку	Враховуючи той факт, що тип родового середовища в галузі – консолідований ринок, тобто існує група компаній, які контролюють разом понад 40% ринку, а також те, що інтенсивність суперництва між діючими конкурентами при низьких темпах зростання ринку є однією з головних сил, які діють на конкуренцію в галузі, одним з найважливіших факторів конкурентоспроможності виступає частка ринку, яку займає виробник. В таких умовах чим більше частка ринку, тим більшими ринковими можливостями володіє виробник.
Ціна	Чим вигіднішою є ціна для споживача, тим вірогідніше його вибір.
Асортимент	В умовах збільшення інтенсивності між існуючими конкурентами завоювання споживачів відбувається за рахунок нових методів та алгоритмів формування прогнозованого оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням
Доступ до каналів розподілу	Споживач далеко не завжди проявляє прихильність до певної категорії розробників і дуже схильний до експериментів. В цьому випадку завоювати лояльність споживача дуже складно і ще складніше її утримати. Тому для компаній-виробників ключовими чинниками успіху стає сильна дистрибуція, якісний торговий маркетинг і налагоджена система логістики.
Торговий маркетинг	
Рівень диференціації ТМ	В умовах ведення конкурентної боротьби на споживчому ринку, де попит є ірраціональним та існує велика кількість виробників і розробників при фактично відсутній різниці між товарами, що пропонуються, ключовим фактором успіху є здатність чітко диференціювати ТМ від ТМ конкурентів, надаючи споживачеві унікальну цінність.
Репутація виробника	Якщо компанія має бездоганну репутацію, особливо у сфері якості своєї продукції, то рівень довіри до неї зростає. Також репутація виробника важлива при виході на ринок з новими товарами, або при виході на нові сегменти, що полегшує позитивне сприйняття новинок.
Рівень	Чим вище рівень лояльності, тим більше компанія має

	Фактор конкурентоспроможності	Обґрунтування вибору
	лояльності до бренду	прихильних, а значить постійних споживачів.
	Унікальність позиціонування	В умовах монополістичної конкуренції, коли фактор диференціації ТМ є ключовим засобом ведення конкурентної боротьби, важливим є створення та підтримання унікального позиціонування, що створює певний захист від конкурентних зіткнень.
0	Маркетинговий бюджет	Від розміру маркетингового бюджету залежить здатність здійснювати маркетингову стратегію підприємства. Маркетингові заходи мають забезпечувати інші конкурентні переваги такі, як рівень диференціації, лояльності, репутація виробника, дистрибуція та просування в торгових точках.

Таблиця 4.5 — Порівняльний аналіз сильних та слабких сторін «Прогнозоване оптимальне за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням»



Умовні позначки позицій конкурентів:



- конкурент 1



- конкурент 2;



- конкурент 3.

Отже, відповідно до проведеного аналізу можна сказати, що «Прогнозоване оптимальне за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням» має наступну позицію на ринку:

сильні сторони:

- унікальне позиціонування;
- значний рівень диференціації ТМ;
- позитивна репутація виробника;

слабкі сторони:

- вища ціна порівняно з конкурентами;
- торговий маркетинг.

Виділивши найвагоміші сильні та слабкі сторони «Прогнозоване оптимальне за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням» у порівнянні з основними конкурентами і з аналізу внутрішніх факторів та використовуючи результати аналізу маркетингових загроз та можливостей, складемо матрицю SWOT-аналізу (табл. 4.12.).

З результатів SWOT-аналізу видно, що найбільш негативний вплив на діяльність «Прогнозоване оптимальне за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням» на ринку чинить ринкове середовище. Це, перш за все, пов'язано із наслідками фінансово-економічної кризи в країні.

В свою чергу, така ситуація супроводжувалася зменшенням темпів приросту галузі, виходом з ринку менш сильних дрібних та регіональних виробників, приходом на ринок транснаціональних компаній, що збільшило інтенсивність конкуренції між діючими учасниками ринку України.

Таблиця 4.12 — SWOT-аналіз стартап-проекту

Сильні сторони	Слабкі сторони
<ol style="list-style-type: none"> 1. унікальне позиціонування; 2. значний рівень диференціації 3. позитивна репутація виробника; 4. приналежність до української міжнародної компанії; 5. налагоджена система дистрибуції товару; 6. наявність вертикальної 	<ol style="list-style-type: none"> 1. вища ціна порівняно з конкурентами. 2. залежність маркетингової політики від українського власника; 3. слабе самозабезпечення фінансовими ресурсами; 4. відсутність чітко вираженої маркетингової стратегії,

інтеграції.	непослідовність в її реалізації.
Можливості	Загрози
1. Можливість зміцнення іміджу 2. Можливість збільшення обсягів реалізації 3. Можливість збільшення обсягів продаж за рахунок експансії в регіони	1. Загроза працювати без прибутку скорочення платоспроможного попиту 2. Загроза втрати споживачів внаслідок підвищення тиску зі сторони товарів-субститутів 3. Загроза підвищення цін

Було визначено, що найбільшою загрозою для «Прогнозоване оптимальне за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням» є загроза падіння прибутковості внаслідок скорочення попиту.

Таблиця 4.6 — Альтернативи ринкового впровадження стартап-проекту

№ п/п	Альтернатива (орієнтовний комплекс заходів) ринкової поведінки	Ймовірність отримання ресурсів	Строки реалізації
1	Використання засобів стимулювання збуту та мерчандайзингу в торгових точках для збільшення продаж	Дозволяє суттєво збільшити обсяги продаж	до місяця
2	Розширення асортиментної лінійки	Можливість залучення нових споживачів за рахунок новинки	до пів року
3	Збільшення представленості	Можливість розширення охоплення цільової аудиторії	до року

Найоптимальнішою є перша альтернатива

4.4 Розроблення ринкової стратегії проекту

Розроблення ринкової стратегії першим кроком передбачає визначення стратегії охоплення ринку: опис цільових груп потенційних споживачів (табл.4.14).

Таблиця 4.7 — Вибір цільових груп потенційних споживачів

п/п	Опис профілю цільової групи потенційних клієнтів	Готовність споживачів сприйняти продукт	Орієнтовний попит в межах цільової групи (сегменту)	Інтенсивність конкуренції в сегменті	Простота входу у сегмент
1	Підвищення ефективності застосування апаратури	готовий	високий	мінімальна	просто й
2	Оптимізація вихідних параметрів управління об'єктами третього порядку з запізненням	готовий	високий	максимальна	просто й
3	Раціональний вибір технічних характеристик апаратури і науково-обґрунтованого вибору параметрів управління об'єктами третього порядку з запізненням	готовий	високий	середня	просто й
Які цільові групи обрано:					

За результатами аналізу потенційних груп споживачів (сегментів) обрано стратегію диференційованого маркетингу.

Таблиця 4.8 — Визначення базової стратегії розвитку

п/п	Обрана альтернатива	Стратегія охоплення ринку	Ключові конкурентоспроможні	Базова стратегія
-----	---------------------	---------------------------	-----------------------------	------------------

п/п	розвитку проекту		позиції відповідно до обраної альтернативи	розвитку*
1	Стратегія диференціації	передбачає надання товару важливих з точки зору споживача відмітних властивостей, які роблять товар відмінним від товарів конкурентів. Така відмінність може базуватися на об'єктивних або суб'єктивних, відчутних і невідчутних властивостях товару(у ширшому розумінні – комплексі маркетингу), бути реальною або уявною.	Реалізація цієї стратегії вимагає, як правило, більш високих витрат. Проте успішна диференціація дозволяє компанії домогтись більшої рентабельності за рахунок того, що ринок готовий прийняти більш високу ціну (цінову премію бренду).	Інструментом реалізації стратегії диференціації є ринкове позиціонування.

Таблиця 4.9 — Визначення базової стратегії конкурентної поведінки

п/п	Чи є проект «першопрохідцем» на ринку?	Чи буде компанія шукати нових споживачів, або забирати існуючих у конкурентів?	Чи буде компанія копіювати основні характеристики товару конкурента, і які?	Стратегія конкурентної поведінки*
	Ні	як залучати нових так і забирати існуючих у конкурентів	частково	наслідування лідеру

Таблиця 4.10 — Визначення стратегії позиціонування

п/п	Вимоги до товару цільової аудиторії	Базова стратегія розвитку	Ключові конкурентоспроможні позиції власного стартап-проекту	Вибір асоціацій, які мають сформувати комплексну позицію власного проекту (три ключових)
-----	-------------------------------------	---------------------------	--	--

	Відповідність чинним нормативам	Наслідкування лідеру	Реалізація цієї стратегії вимагає, як правило, більш високих витрат. Проте успішна диференціація дозволяє компанії домогтись більшої рентабельності за рахунок того, що ринок готовий прийняти більш високу ціну (цінову премію бренду).	Унікальність Доступна ціна Реалізація нових методів
--	---------------------------------	----------------------	--	---

4.5 Розроблення маркетингової програми

Першим кроком є формування маркетингової концепції товару, який отримає споживач. Для цього у табл. 4.18 підсумовуємо результати попереднього аналізу конкурентоспроможності товару.

Таблиця 4.11 — Визначення ключових переваг концепції потенційного товару

п/п	Потреба	Вигода, яку пропонує товар	Ключові переваги перед конкурентами (існуючі або такі, що потрібно створити)
1	Підвищення ефективності застосування апаратури управління	Нові механізми застосування оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням	високий рівень ефективності застосування оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням
2	Оптимізація вихідних параметрів оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням, які впливають і, адекватним вибором параметрів впливу	Продуктивність застосування оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням	високий рівень продуктивності застосування оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням
3	Раціональний вибір технічних характеристик апаратури і науково-обґрунтованого вибору параметрів впливу	Зниження вартості застосування оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням	Стійкість застосування оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням

Таблиця 4.12 — Опис трьох рівнів моделі товару

Рівні товару	Сутність та складові		
I. Товар за задумом	Опис базової потреби споживача, яку задовольняє товар (згідно концепції), її основної функціональної вигоди		
II. Товар у	Властивості/характеристики	М/Нм	Вр/Тх /Тл/Е/Ор

реальному виконанні	Нові механізми застосування оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням; Продуктивність застосування оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням; Зниження вартості застосування оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням		
	Марка: Підвищення ефективності застосування апаратури		
III. Товар із підкріпленням	До продажу – рівень розробки		
	Після продажу – низка методів та алгоритмів		
За рахунок чого потенційний товар буде захищено від копіювання: захист інтелектуальної власності			

Таблиця 4.13 — Визначення меж встановлення ціни

п/п	Рівень цін на товари-замінники	Рівень цін на товари-аналоги	Рівень доходів цільової групи споживачів	Верхня та нижня межі встановлення ціни на товар/послугу
	3000	2500	6000	2000-3000

Таблиця 4.14 — Формування системи збуту

п/п	Специфіка закупівельної поведінки цільових клієнтів	Функції збуту, які має виконувати постачальник товару	Глибина каналу збуту	Оптиміальна система збуту
	Мінімальна кількість посередників	організовувати широку мережу збуту товару	3	непряма

Таблиця 4.15 — Концепція маркетингових комунікацій

п/п	Специфіка поведінки цільових клієнтів	Канали комунікацій, якими користуються цільові клієнти	Ключові позиції, обрані для позиціонування	Завдання рекламного повідомлення	Концепція рекламного звернення
1	Підвищення ефективності застосування апаратури	технічна сфера	Нові механізми застосування оптимального за витратою	донести переваги до потенційних користувачів	Основна ідея оптимального за витратою

			палива управління об'єктами третього порядку з запізненням		палива управління об'єктами третього порядку з запізненням
2	Оптимізація вихідних параметрів оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням, які впливають і, адекватним вибором параметрів впливу	технічна сфера	Продуктивність застосування оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням	донести переваги до потенційних користувачів	
3	Рациональний вибір технічних характеристик апаратури і науково-обґрунтованого вибору параметрів впливу	технічна сфера	Зниження вартості застосування оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням	донести переваги до потенційних користувачів	

В умовах розділу проведено аналіз та розробку бізнес-проекту до розробки «Прогнозоване оптимальне за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням», на основі проведеного аналізу варто відзначити, що найбільш негативний вплив на діяльність «Прогнозоване оптимальне за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням» на ринку чинить ринкове середовище. Це, перш за все, пов'язано із наслідками фінансово-економічної кризи в країні. В свою чергу, така ситуація супроводжувалася зменшенням темпів приросту галузі, виходом з ринку менш сильних дрібних та регіональних виробників, приходом на ринок транснаціональних компаній, що збільшило інтенсивність конкуренції між діючими учасниками ринку

України. Було визначено, що найбільшою загрозою для «Прогнозоване оптимальне за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням» є загроза падіння прибутковості внаслідок скорочення попиту.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

У межах даної магістерської роботи здійснено розробку прогнозованого оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням.

Розкрито задачу оптимального за витратою палива управління об'єктами з запізненням, наведено її характеристика, методи та засоби вирішення.

За результатами роботи варто зробити наступний висновок:

Системи, що описуються стохастичними диференційно-різницеvими рівняннями, відіграють значну роль в дослідженні багатьох прикладних задач. Такі рівняння з'являються там, де властивості об'єкта визначаються ефектом післядії, і служать математичними моделями різних процесів: автоматичного регулювання та керування технічними системами, розвитку, економічних і соціальних систем; генерації сигналів, горіння в рідинно-реактивних двигунах, уповільнення нейтронів, впливу випромінювань, ліній затримки; радіолокації і радіонавігації, процесів в авіаційних силових установках і т.д.

Дослідження системи управління в часовій області за допомогою змінних стану широко використовується останнім часом завдяки простоті проведення аналізу.

Стану системи відповідає точка в певному евклідовому просторі, а поведінка системи в часі характеризується траєкторією, що описується цією точкою.

При цьому математичний апарат включає готові рішення по аналоговому і дискретному LQR і DLQR контролерам, фільтра Калмана, і все це із застосуванням матриць і векторів, що і дозволяє записувати рівняння системи управління в узагальненому вигляді, отримуючи додаткову інформацію при їх вирішенні

Критеріями оптимальності можуть бути:

- максимум продуктивності;
- мінімум собівартості;
- необхідна якість продукції;
- мінімум витрат енергії та ін. (час, точність).

Ці оптимуму, як правило, не збігаються, тому в кожному конкретному випадку доводиться вибрати в якості основного той чи інший критерій, або їх сукупність з урахуванням вагових коефіцієнтів. Цей вибір здійснюється в основному в результаті ретельного техніко - економічного обґрунтування. Він повинен виконуватися на стадії системного проектування комплексу «технологія - обладнання - електропривод - система управління».

Оптимальне керування можливо, якщо встановлено зв'язок між характеристиками технологічного процесу і критерієм його ефективності. Такий зв'язок називається цільовою функцією.

Розроблена система прогнозованого оптимального за витратою палива управління об'єктами третього порядку з запізненням у порівнянні з аналогами не містить статичної помилки. Зауважимо що, в обох випадках об'єкт має однакові параметри (при статичному та астатичному регулюванні). І обурення, що діє на систему однакове, але статичний спостерігач не в змозі компенсувати його, а астатичний спостерігач швидко переводить систему в попередній стан.

Дослідження роботи модального регулятора зі статичним спостерігачем для об'єкту другого порядку та третього порядку, варіюючи значення запізнювання і розраховуючи статичні помилки на виході отримано, в обох випадках (другого і третього порядку) залежність величини статичної помилки від відносин τ / T , що має вигляд, наближений до прямої лінії.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Николаев Е. В. Технологические объекты второго порядка с запаздыванием // Молодой ученый. – 2017. – №23. – С. 149-152
2. Coales J. F. An on-off servo mechanism with predicted Change-over.//J. Coales, A. Noton/IEE, pt.2, v. 108, N.10 – July 1956.
3. Chesnat H. Predictive control system application.//Chesnat H., Sollecito W., Troutman P./Appl. fund Ind, N.10. – Jule 1961.
4. Игнатенко В. Н. О числе переключений в оптимальных по расходу топлива системах управления// В. Н. Игнатенко, А. А. Стенин/ Адаптивные системы автом. управления: Респ. Межвед. Научн.-техн. сб., 1983, Вып. 11. – С.42–46.
5. Табак Д. Оптимальное управление и математическое программирование//Д. Табак, Б. Куо, Наука–1975.
6. Фельдбаум, А. А. Основы теории оптимальных автоматических систем [Текст] / А. А. Фельдбаум. – М. : Наука, 1966. – 623 с. – Библиогр.: С. 594-618.
7. Зеленський К.Х. Структурна властивість оптимальних за витратами палива процесів управління в динамічних системах // К.Х. Зеленський, В.М. Ігнатенко, О.А. Стенін/ «Адаптивні системи автоматичного управління: Міжвідомчий науково-технічний збірник, 2017, Вип. 2 (31). – С. 11–16.
8. Атанс М. Оптимальное управление// М. Атанс, Р. Фалб/ Машиностроение, 1968.
9. Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов // Л.С.Понтрягин, В.Г.Болтянский, Р.В.Гамкрелидзе, Е.Ф.Мищенко/ Наука, Главная редакция физико-математической литературы,1969.

10. Олейников, В. А. Основы оптимального и экстремального управления [Текст] / В. А. Олейников. – М. : Высшая школа, 1969. – 296 с. – Библиогр.: с. 293-294.
11. Бутковский, А. Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами [Текст] / А. Г. Бутковский. – М. : Наука, 1965. – 474 с. – Библиогр.: с. 467-474.
12. Бутковский, А. Г. Методы управления системами с распределенными параметрами [Текст] / А. Г. Бутковский. – М. : Наука, 1975. – 568 с. – Библиогр.: с. 548-565.
13. Гурецкий Х. Анализ и синтез систем управления с запаздыванием. Пер. с польского/ Х. Гурецкий – М.: Машиностроение, 1974. - 328 с.
14. Ключев А.С. Синтез быстродействующих регуляторов для объектов с запаздыванием/ А.С. Ключев, В.С. Карпов – М.: Энергоатомиздат, 1990. -176с.
15. Ульшин В.А. Адаптивное управление технологическими процессами: Монография/ В.А. Ульшин, Д.А. Зубов – Луганск: СНУ, 2002. – 210с.
16. Кіку А.Г. Квазіоптимальні регулятори для об'єктів з чистим запізнюванням/ А.Г. Кіку, Т.І. Білоус// Праці міжнародної конференції з управління “Автоматика 2000” – Львів:ЛНУ, 2000. Том 2, С.115–120.
17. Фуртат И.Б. Адаптивное управление объектами с запаздыванием по выходу/ И.Б. Фуртат, А.М. Цыкунов// Известия ВУЗов. Приборостроение. –2005. –№ 7. – С. 15-19.
18. Дрючин В.Г. Синтез регуляторов на базе интегрирующих фильтров систем управления объектами с запаздыванием в координатах состояния и управления/ В.Г. Дрючин, Р.Ю. Ткачев// Сборник научных трудов ДонГТУ. – Алчевск: ДонГТУ, 2007. Вып.24 С.391-396.
19. Мазуров, В. М. Модальные регуляторы для промышленных объектов с запаздыванием/ В. М. Мазуров, А. Е. Мерцалов //

Автоматизация в промышленности/ Издательский дом "ИнфоАвтоматизация". – Москва, 2006. – № 9 – С. 41-46.

20. Мазуров, В.М. Расчет модальных цифровых регуляторов для объектов с запаздыванием/ В. М. Мазуров, В. С. Карпов // Учебное пособие. – Тула: Тул. гос. техн. ун-т., 1995. – 65с.

21. Ключев, А.С. Синтез быстродействующих регуляторов для объектов с запаздыванием/ А. С. Ключев, В. С. Карпов – М.: Энергоатомиздат, 1990, – 176 с.

22. Бесекерский, В.А. Теория систем автоматического управления/ В.А. Бесекерский, Е.П. Папов – М.: Наука, 1997. – 768 с.

23. Бильфельд Н. В. Моделирование систем с использованием блока чистого запаздывания // Молодой ученый. – 2013. – №6. – С. 25-30.

24. Шевко Д. Г., Козюра В. Е. Гибридная система управления с запаздыванием по состоянию // Молодой ученый. – 2015. – №1. – С. 113-115.

25. Еремин Е. Л., Еремина В. В., Семичевская Н. П., Шевко Д. Г. Алгоритмы и S-модели гибридных систем адаптивного управления – Благовещенск, 2005. – 205 с.

26. Еремин Е. Л., Шевко Д. Г. Гибридная нелинейно преобразованная система прямого адаптивного управления // Радиоэлектроника, информатика, управление. – 2002. – № 2. – С. 142–147.

27. Еремин Е. Л., Шевко Д. Г. Имитационное моделирование технически эквивалентных гибридных систем управления // Информатика и системы управления. – 2001. – № 2. – С. 36–42

28. Еремин Е. Л., Шевко Д. Г. Синтез и упрощение технической реализации гибридной нелинейно преобразованной системы прямого адаптивного управления // Вычислительные технологии. – 2003. – Т. 8, № 3. – С. 47–57.

29. Островерхий В. В., Шевко Д. Г. Задачи, решаемые автоматической системой управления шасси гусеничной машины //

Вестник Амурского государственного университета. Серия: Естественные и экономические науки. – 2011. – № 53. – С. 69–73.

30. Шевко Д. Г. Алгоритмы настройки для гибридной системы управления с запаздыванием // Молодой ученый. – 2014. – № 19. – С. 262–263.

31. Шевко Д. Г. Метод синтеза гибридных систем адаптации // Молодой ученый. – 2014. – № 21. – С. 251–253.

32. Шевко Д. Г. Гибридная система прямого адаптивного управления неминимально-фазовым объектом // Информатика и системы управления. – 2002. – № 1. – С. 112–120.

33. Шевко Д. Г. Критерий гиперустойчивости и синтез нелинейно-преобразованных гибридных систем прямого адаптивного управления // Вестник Амурского государственного университета. Серия: Естественные и экономические науки. – 2012. – № 57. – С. 65–69.

34. Шевко Д. Г. Модели и алгоритмы нелинейно преобразованных гибридных систем прямого адаптивного управления: дис. ... канд. техн. наук. – Благовещенск, 2003. – 149 с.

35. Шевко Д. Г. Модели и алгоритмы нелинейно преобразованных гибридных систем прямого адаптивного управления: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Хабаровск, 2003. – 20 с.

36. Шевко Д. Г. Гибридная система прямого адаптивного управления неминимально-фазовым объектом // Информатика и системы управления. – 2002. – № 1(3). – С. 112–120.

37. Шевко Д. Г. Синтез алгоритмов самонастройки регулятора дискретной системы управления и сравнительный анализ качества процессов адаптации // Информатика и системы управления. – 2001. – № 1. – С. 97–105. 14. Шевко Д. Г. Синтез и нелинейные преобразования гибридных систем прямого адаптивного управления // Информатика и системы управления. – 2002. – № 2(4). – С. 133–144.